Theme 요철

개념정리

Theme 요철

개념정리

Theme 요철

문제풀이

1. 문제

함수 $f(x)=4\ln x+\ln(10-x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 함수 $f(x)$의 최댓값은 $13\ln 2$이다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 함수 $y=e^{f(x)}$의 그래프는 구간 $(4, 8)$에서 위로 볼록하다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Theme 요철

개념적용•문제분석 과정

Theme 요철

문제풀이

2. 문제

실수 전체의 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \neq 1$
(나) $f(x)+f(-x)=0$
(다) $f'(x)=\{1+f(x)\}\{1+f(-x)\}$

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

| 보 기 |

ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \neq -1$이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 어떤 열린 구간에서 감소한다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$는 세 개의 변곡점을 갖는다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Theme 요철

문제풀이

3. 문제

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대하여 점 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$를 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. 직선 $y=g(x)$가 함수 $f(x)$의 그래프와 점 $\mathrm{B}(b,\ f(b))$에서 접할 때, 함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)-g(x)$라 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $a \neq b$이다.)

[보 기]

ㄱ. $h'(b)=0$
ㄴ. 방정식 $h'(x)=0$은 3개 이상의 실근을 갖는다.
ㄷ. 점 $(a,\ h(a))$는 곡선 $y=h(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Theme 요철

개념적용•문제분석 과정

Theme 요철

문제풀이

4. 문제

다항함수 $f(x)$에 대하여 다음 표는 x의 값에 따른 $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$의 변화 중 일부를 나타낸 것이다.

x	$x<1$	$x=1$	$1<x<3$	$x=3$
$f'(x)$		0		1
$f''(x)$	$+$		$+$	0
$f(x)$		$\frac{\pi}{2}$		π

함수 $g(x)=\sin(f(x))$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $g'(3)=-1$

ㄴ. $1<a<b<3$이면 $-1<\dfrac{g(b)-g(a)}{b-a}<0$이다.

ㄷ. 점 $P(1, 1)$은 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Theme 요철

개념적용•문제분석 과정

Theme 변곡접선

개념정리

Theme 변곡접선

개념정리

Theme 변곡접선

문제풀이

1. 문제

함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-1$ 과 실수 m 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x) \geq mx) \\ mx & (f(x) < mx) \end{cases}$ 라 하자. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, m 의 값은?

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

Theme 변곡접선

개념적용•문제분석 과정

Theme 변곡접선

문제풀이

2. 문제

함수 $f(x)=\ln(2x^2+1)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 $f'(-x) = -f'(x)$이다.

ㄴ. $f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 최댓값은 $\sqrt{2}$ 이다.

ㄷ. 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여

$|f(x_1)-f(x_2)| \le \sqrt{2}\,|x_1-x_2|$이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Theme 변곡접선

개념적용•문제분석 과정

Theme 변곡접선

문제풀이

3. 문제

함수 $f(x)=x+\cos x+\dfrac{\pi}{4}$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=|f(x)-k|$ (k는 $0<k<6\pi$인 상수) 라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 k의 값의 합을 $\dfrac{q}{p}\pi$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

Theme 변곡접선

개념적용•문제분석 과정

Theme 변곡접선

문제풀이

4. 문제

양수 a와 두 실수 b, c에 대하여 함수 $f(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$는 $x=-\sqrt{3}$과 $x=\sqrt{3}$에서 극값을 갖는다.
(나) $0 \le x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여
$f(x_2)-f(x_1)+x_2-x_1 \ge 0$이다.

세 수 a, b, c의 곱 abc의 최댓값을 $\dfrac{k}{e^3}$라 할 때, $60k$의 값을 구하시오.

Theme 변곡접선

개념적용•문제분석 과정

Theme Graph 그리기

개념정리

Theme Graph 그리기

개념정리

Theme Graph 그리기

문제풀이

1. 문제

함수 $f(x)=xe^{-2x+1}$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x)-a & (x>b) \\ 0 & (x \le b) \end{cases}$$

가 실수 전체에서 미분가능할 때, 두 상수 a, b의 곱 ab의 값은?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

Theme Graph 그리기

개념적용•문제분석 과정

Theme Graph 그리기

문제풀이

2. 문제

함수 $f(x)=kx^2e^{-x}$ $(k>0)$과 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 x축까지의 거리와 y축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 k의 최댓값은?

① $\dfrac{1}{e}$ ② $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ ③ $\dfrac{e}{2}$ ④ $\sqrt{e}$ ⑤ e

Theme Graph 그리기

개념적용•문제분석 과정

Theme Graph 그리기

문제풀이

3. 문제

함수 $f(x)=\dfrac{\ln x^2}{x}$의 극댓값을 α라 하자. 함수 $f(x)$와 자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)-\dfrac{\alpha}{n}x=0$의 서로 다른 실근의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값을 구하시오.

Theme Graph 그리기

개념적용•문제분석 과정

Theme Graph 그리기

문제풀이

4. 문제

함수 $f(x)=\begin{cases}(x-2)^2e^x+k & (x \geq 0)\\ -x^2 & (x<0)\end{cases}$에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)|-f(x)$가 다음 조건을 만족하도록 하는 정수 k의 개수는?

(가) 함수 $g(x)$는 모든 실수에서 연속이다.
(나) 함수 $g(x)$는 미분가능하지 않은 점이 2개다.

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

Theme Graph 그리기

개념적용•문제분석 과정

Theme Graph 그리기

문제풀이

5. 문제

3 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 $f(x)=x^n e^{-x}$ 일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

| 보 기 |

ㄱ. $f\left(\frac{n}{2}\right)=f'\left(\frac{n}{2}\right)$
ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=n$ 에서 극댓값을 갖는다.
ㄷ. 점 $(0,\ 0)$ 은 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Theme Graph 그리기

개념적용•문제분석 과정

Theme Graph 그리기

문제풀이

6. 문제

함수 $f(x)=(x^3-a)e^x$과 실수 t에 대하여 방정식 $f(x)=t$의 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 불연속인 점의 개수가 2가 되도록 하는 10 이하의 모든 자연수 a의 값의 합을 구하시오. (단, $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$)

Theme Graph 그리기

개념적용•문제분석 과정

문제풀이

7. 문제

함수 $f(x)=x^2e^{ax}\ (a<0)$에 대하여 부등식 $f(x)\ge t\ (t>0)$을 만족시키는 x의 최댓값을 $g(t)$라 정의하자. 함수 $g(t)$가 $t=\frac{16}{e^2}$에서 불연속일 때, $100a^2$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x\to\infty}f(x)=0$)

Theme Graph 그리기

개념적용•문제분석 과정

8. 문제

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$이다.
(나) 모든 양의 실수 x에 대하여 $f'(x)>0$이다.
(다) $\lim_{x\to 0} f(x)=0$, $\lim_{x\to\infty} f(x)=\pi$

함수 $g(x)=\dfrac{\sin f(x)}{x}$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. 모든 양의 실수 x에 대하여 $g(x)+g(-x)=0$이다.
ㄴ. $\lim_{x\to 0} g(x)=0$
ㄷ. $f(\alpha)=\dfrac{\pi}{2}$ $(\alpha>0)$이면 방정식 $|g(x)|=\dfrac{1}{\alpha}$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Theme Graph 그리기

개념적용•문제분석 과정

Theme 평균값의 정리

문제풀이

Theme 평균값의 정리

개념적용•문제분석 과정

Theme 평균값의 정리

문제풀이

Theme 평균값의 정리

개념적용•문제분석 과정

Theme 선택함수

개념정리

Theme 선택함수

개념정리

Theme 선택함수

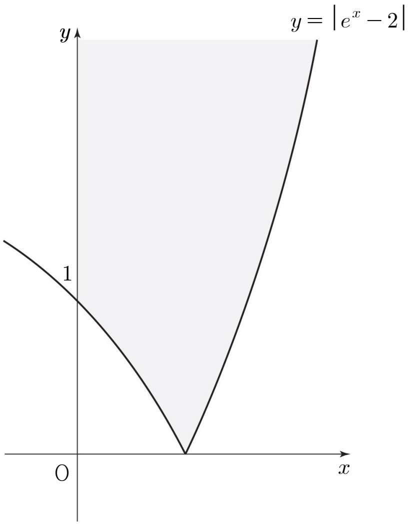
문제풀이

1. 문제

좌표평면에서 x, y에 대한 연립부등식 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq |e^x - 2| \end{cases}$ 가 나타내는 영역을 D라 하자. 양의 실수 t에 대하여 영역 D의 서로 다른 네 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형 A가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 정사각형 A의 한 변의 길이는 t이다.
(나) 정사각형 A의 한 변은 x축과 평행하다.

정사각형 A의 두 대각선의 교점의 y좌표의 최솟값을 $f(t)$라 할 때, $f'(\ln 2)+f'(\ln 5)=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)



Theme 선택함수

개념적용•문제분석 과정

Theme 선택함수

문제풀이

2. 문제

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 인 θ에 대하여 좌표평면 위의 두 직선 l, m은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 직선 l, m은 서로 평행하고 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기는 각각 θ이다.
(나) 두 직선 l, m은 곡선 $y=\sqrt{2-x^2}\ (-1 \leq x \leq 1)$과 각각 만난다.

두 직선 l과 m 사이의 거리의 최댓값을 $f(\theta)$라 할 때 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)d\theta = a+b\sqrt{2}\pi$이다. $20(a+b)$의 값을 구하시오.

(단, a와 b는 유리수이다.)

Theme 선택함수

개념적용•문제분석 과정