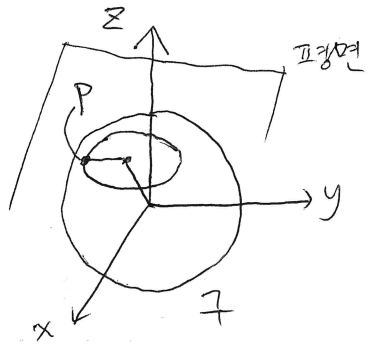


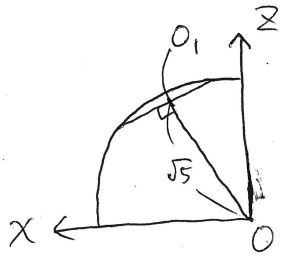
[기출문제] 해설.



원질 - 평면 거리  $d = \frac{|-5|}{\sqrt{1+2^2}} = \sqrt{5}$ .

피타고라스 정리로 C 반지름 1.

평면이 y축과 평행하므로 점 P는 원 C의 중심 O<sub>1</sub>에서 y축의 음의 방향으로 1만큼 이동한 점이다.

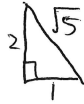


단면화를 시키면 왼쪽과 같다.

평면의 법선 벡터가 (1, 0, 2)이므로

xy 평면과 이루는 각  $\theta$ 를 이용해

$O_1(\sqrt{5}\cos\theta, 0, \sqrt{5}\sin\theta)$ 로 나타낼 수도 있다.

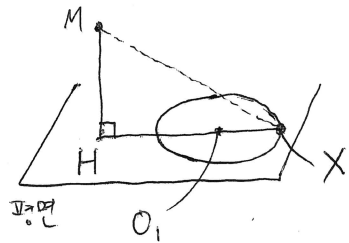


직각삼각형을 생각할 수도 있고,

결국  $O_1(1, 0, 2)$ 이므로  $P(1, -1, 2), Q(1, -1, 0)$ .

$|\vec{PX} + \vec{QX}|^2$ 은 PQ의 중점 M을 설정해  $4\left|\frac{\vec{PX} + \vec{QX}}{2}\right|^2 = 4|\vec{MX}|^2$ 으로 간단히 한다.

이제 M과 원과의 관계만 고려하면 된다.



$$\overline{MH} = \frac{|1+2-5|}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

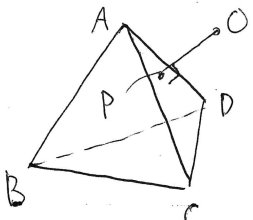
$$\overline{MQ} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \text{ 이므로 } \overline{HO_1} = \sqrt{2 - \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{6}{5}}$$

$$\overline{HX} = 1 + \sqrt{\frac{6}{5}}$$

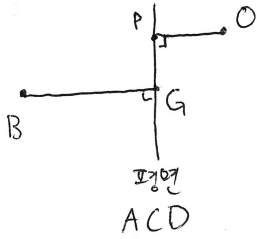
$$\therefore |\vec{MX}|^2 = \overline{MH}^2 + \overline{HX}^2 = \frac{4}{5} + 1 + \frac{2\sqrt{30}}{5} + \frac{6}{5} = 3 + \frac{2}{5}\sqrt{30}$$

$$4|\vec{MX}|^2 = 12 + \frac{8}{5}\sqrt{30}, \quad 10(a+b) = \boxed{136}$$

[변형문제] 해설.



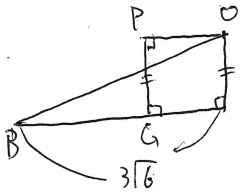
점 P는 점 O에서 평면 ACD에 내린 수선의 발이다



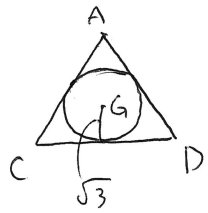
단면화를 해보면

점 B에서 평면 ACD에 내린 수선의 발 G에 대해

$$\overline{BG} = (\text{정사면체 높이}) = 2\sqrt{6} \text{ 이다.}$$



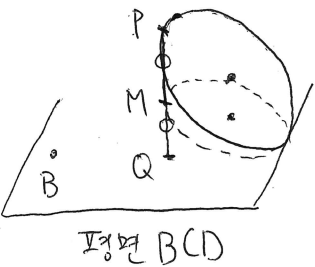
왼쪽 그림과 같이 피타고라스 정리를 사용하면  $\overline{PG} = \sqrt{57-54} = \sqrt{3}$  이다.



따라서 P는 왼쪽과 같은 원 위에 존재한다.


(모서리 위의 점은 제외)

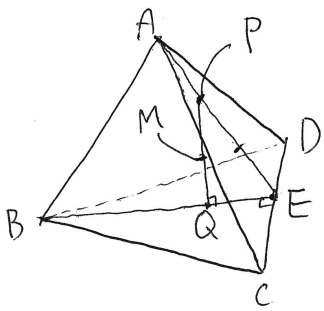
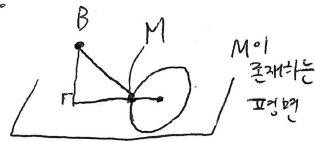
$|\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{QB}|^2$  은 PQ의 중점 M을 설정해  $4|\overrightarrow{MB}|^2$  으로 간단히 한다.



(M은 왼쪽과 같이 P가 존재하는 원을 평면 BCD로 절반만큼 내린 타원임)

$\overline{MB}$ 가 최소일 때는 그림처럼 M이 제일 왼쪽으로 왔을 때이다.

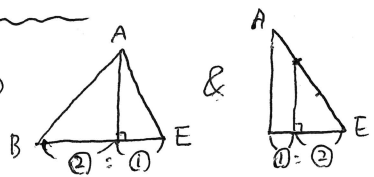
즉 점 P가  이 점일 때이다.



CD 중점을 E라고 하면  $\overline{BE} = 3\sqrt{3}$ ,  $\overline{QE} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ ,  $\overline{BQ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

(정사면체 높이) =  $2\sqrt{6}$  이므로

$$\overline{MQ} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$



$$\therefore |\overrightarrow{BM}|^2 = \frac{49}{3} + \frac{8}{3} = 19, \quad 4 \times 19 = \boxed{76}$$

\* 공통점

- ① 단면화를 통한 길이관계 파악
- ② 두 벡터의 합을 중점 벡터를 통해 처리
- ③ 기울어진 평면 위의 원에 대하여  
평면 밖의 점에서 원까지의 거리의  
최대/최소

\* 추가점

- ① 정사면체의 길이관계 활용
  - ② 중점과 정점 관계를 바꿈
  - ③ 피타고라스 정리 활용형 (평행선 긋기)
- ↳ 2019학년도 7월 학평 29번.