

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{8} \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1=2$, $a_7 = a_6 + 3$ 일 때, a_3 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3}{4^{n-1} + 3^{1-n}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

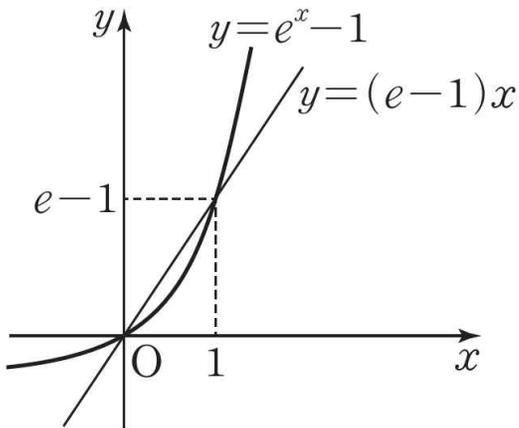
4. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A \cap B^c) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{13}{24}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. $\log_{\frac{1}{3}}xy = -4$, $(\log_3x)(\log_3y) = \frac{15}{4}$ 를 만족시키는 두 양수 x, y 의 값을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? [3점]

- ① 260 ② 270 ③ 280 ④ 290 ⑤ 300

6. 그림과 같이 곡선 $y = e^x - 1$ 과 직선 $y = (e-1)x$ 는 두 점 $(0, 0), (1, e-1)$ 에서 만난다. 곡선 $y = e^x - 1$ 과 직선 $y = (e-1)x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{e-1}{2}$ ② $\frac{e-2}{2}$ ③ $\frac{-e+3}{2}$
 ④ $\frac{-e+4}{2}$ ⑤ $\frac{-e+5}{2}$

7. 곡선 $x^3 + y^3 - 2xy + a = 0$ 위의 점 $(1, b)$ 를 접점으로 하는 접선의 기울기는 $\frac{1}{10}$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $b < 4$) [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

8. 이항분포 $B(n, \frac{1}{2})$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 $V(\frac{1}{3}X + 1) = \frac{1}{3}$ 일 때, $\sum_{x=0}^n x^2 {}_n C_x (\frac{1}{2})^n$ 의 값은? [3점]

- ① 39 ② 42 ③ 45 ④ 48 ⑤ 51

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재하고, 그 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)-2}{x^3-1} = 1$ 이다. $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

10. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $a > b > c$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{54}$ ② $\frac{11}{108}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{13}{108}$ ⑤ $\frac{7}{54}$

11. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{a_n}{n(n+1)} - 3 \right\}$ 이 수렴할 때

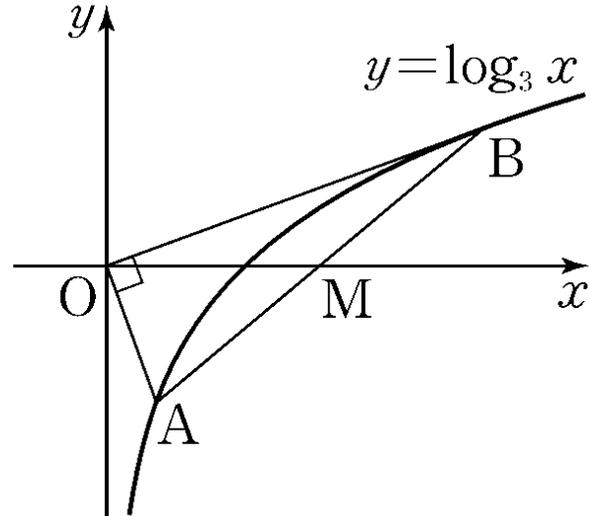
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2a_n}{2n + 3a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

12. 그림과 같이 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 AB의 중점 M은 x 축 위에 있다.
 (나) 두 직선 OA, OB는 서로 수직이다.

삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [3점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{11}{6}$ ④ 2 ⑤ $\frac{13}{6}$

13. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{2n} a_k = 6n^2 + 9n \text{을 만족시킨다. } \sum_{k=1}^{10} a_{2k} \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 354 ② 356 ③ 358 ④ 360 ⑤ 362

14. 다음 조건을 만족시키는 세 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [4점]

(가) $x^2 + |y| + z = 4$
 (나) $x \geq 0, y \neq 0, z \geq 0$

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

15. 어느 농장에서 재배하는 사과는 해마다 수확량의 일부를 A마트에 납품한다. 이 농장에서 올해 수확한 사과 30만 개의 무게는 평균이 470g, 표준편차는 20g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 30만 개의 사과 중 무게가 450g 이상이고 510g 이하인 사과를 골드애플로 선별하여 A마트에 납품하였다. 이 농장에서 올해 골드애플로 선별하여 A마트에 납품한 사과의 개수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

- ① 238000개 ② 240000개 ③ 242000개
- ④ 244000개 ⑤ 246000개

16. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 일대일대응인 함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 이계도함수가 존재하는 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 에 대하여 서로 대칭이다.

(나) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-1}{x-3} = 1, \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)-2}{x-5} = \frac{1}{3}$

함수 $h(x)$ 를 $h(x) = g(x) + (x+1)g'(x) + xg''(x)$ 라 할 때,

$\int_1^2 h(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

17. 어떤 회사에서 특정 업무에 필요한 인원을 선발하려고 할 때, 이 회사의 직원 중 4명의 직원 A, B, C, D가 이 업무에 지원하였다. 직원 A가 투입 가능한 요일은 월요일과 화요일, 직원 B가 투입 가능한 요일은 월요일, 수요일, 직원 C가 투입 가능한 요일은 목요일, 토요일, 일요일, 직원 D가 투입 가능한 요일은 목요일, 금요일, 토요일, 일요일이다. 다음은 이 업무를 수행하기 위하여 4명의 직원 중 임의로 3명을 선발하여 서로 다른 요일에 투입할 때, A가 투입될 확률을 구하는 과정이다. (단, 선발된 3명의 직원은 각각 일주일 중 단 하루만 이 업무를 수행하며, 특정 업무는 3일만 진행된다.)

(1) A, B, C를 선발하여 서로 다른 요일에 투입하는 경우 A를 월요일에 투입하면 B는 수요일에만, C는 목요일, 토요일, 일요일에 가능하고, A를 화요일에 투입하면 B는 월요일, 수요일에, C는 목요일, 토요일, 일요일에 가능하므로 그 경우의 수는 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

(2) A, B, D를 선발하여 서로 다른 요일에 투입하는 경우 (1)과 마찬가지로 방법으로 구하면 그 경우의 수는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

(3) A, C, D를 선발하여 서로 다른 요일에 투입하는 경우 A를 월요일 또는 화요일에 투입하면 C가 목요일, D는 금요일, 토요일, 일요일에 가능하고, C가 토요일, D는 목요일, 금요일, 일요일에 가능하고, C가 일요일, D는 목요일, 금요일, 토요일에 가능하므로 그 경우의 수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

(4) B, C, D를 선발하여 서로 다른 요일에 투입하는 경우 (3)과 마찬가지로 방법으로 구하면 그 경우의 수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

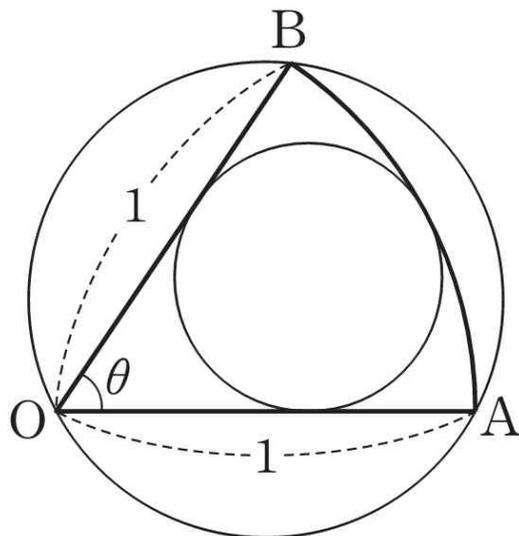
(1)~(4)에서 이 업무를 수행하기 위하여 4명의 직원 중 임의로 3명을 선발하여 서로 다른 요일에 투입할 때, A가 투입될 확률은 $\frac{\boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}} + \boxed{\text{(다)}}}{\boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}} + 2 \times \boxed{\text{(다)}}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때 $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 39
- ② 41
- ③ 43
- ④ 45
- ⑤ 47

18. 그림과 같이 반지름의 길이가 1, 중심각의 크기가 θ 인 부채꼴 OAB가 있다. 중심이 부채꼴 OAB의 내부에 있고, 두 선분 OA, OB에 접하며 호 AB와 한 점에서 만나는 원의 넓이를 $S(\theta)$, 세 점 O, A, B를 지나는 원의 넓이를 $T(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times T(\theta)}{S(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[4점]



- ① 1
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ 3

21. 정의역이 $\{x|0 \leq x \leq 4\pi\}$ 인 함수 $f(x) = x + \sin x - 1$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_{f(x)}^{f(x)+2} \{(t-x)^4 + (t-x)^2\} dt \text{라 할 때,}$$

함수 $g(x)$ 의 최솟값을 m 이라 하자. $0 \leq x \leq 4\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $g(x) = m$ 의 서로 다른 실근의 개수는?
[4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

단답형

22. $\frac{{}^6P_3}{3!} + {}_5H_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\sin\theta + \cos\theta = -\sqrt{2}$ 일 때, $\left(\frac{1}{\sin\theta} + \frac{1}{\cos\theta}\right)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가 $x = 2\sqrt{2}(e^{\frac{t}{2}} - 1)$, $y = e^t - 4t - 1$ 이다. 점 P의 속력의 최솟값이 m 일 때 m^2 의 값을 구하시오. [3점]

25. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (6x + 5) \{3\sin(\pi - x) + \cos(\frac{\pi}{2} + x)\} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 지역 초등학교 학생들의 하루 독서 시간은 평균이 m , 표준편차가 4인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역 초등학교 학생 중 16명을 임의추출하여 구한 하루 독서 시간의 표본평균의 값이 \bar{x}_1 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $50 - a \leq m \leq 51.96$ 이다. 이 지역 초등학교 학생 중 n 명을 다시 임의추출하여 구한 하루 독서 시간의 표본평균의 값이 \bar{x}_2 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $\bar{x}_2 - b \leq m \leq \bar{x}_2 + b$ 이다. $\bar{x}_2 = \frac{9}{10}\bar{x}_1$ 이고 $b = \frac{2}{3}a$ 일 때, $n + \bar{x}_2$ 의 값을 구하시오. (단, 독서 시간의 단위는 분이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

27. 주머니에 크기와 모양이 같은 n 개의 상자가 들어있다. 그 중에서 m 개는 흰색 상자이고 나머지는 검은색 상자이며 3개의 흰색 상자와 5개의 검은색 상자에는 당첨 제비가 각각 하나씩 들어있다. 주머니에서 임의로 한 개의 상자를 꺼낼 때 당첨 제비가 들어있는 상자가 나오는 사건을 A , 흰색 상자가 나오는 사건을 B 라 하자, 두 사건 A, B 가 서로 독립이 되도록 하는 두 자연수 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오.
(단, $10 \leq m < 100$ 이고, $n - m \geq 5$) [4점]

28. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_1 = 2a_1$

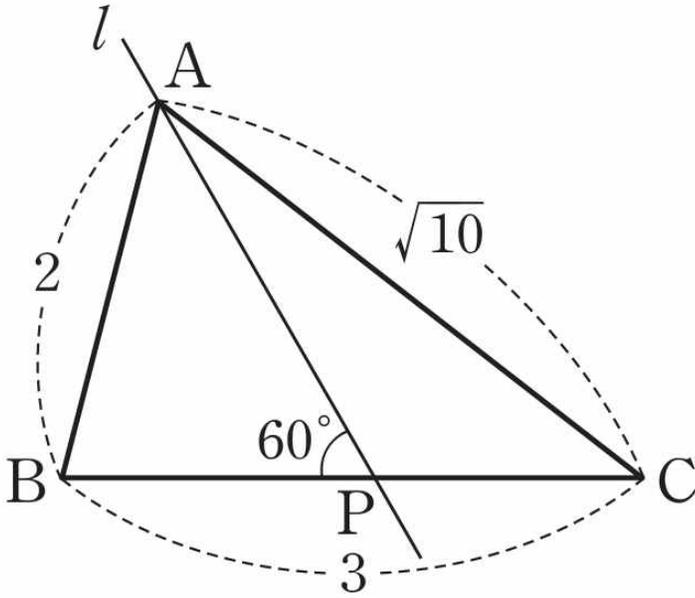
(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_{2n} = b_{2n-1} + 2a_{2n}, b_{2n+1} = b_{2n} - 2a_{2n+1} \text{이다.}$$

(다) $b_{13} = a_{13}$

$b_{13} = 36$ 일 때, a_1 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=3$, $\overline{AC}=\sqrt{10}$ 이고, 점 A를 지나는 직선 l 이 변 BC 위의 점 P에서 만난다. $\angle BPA=60^\circ$ 일 때, 점 P는 선분 BC를 $2:(a+b\sqrt{5})$ 로 내분하는 점이다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



30. 함수 $f(x)=(\ln x)^2$ 에 대하여 기울기가 $t(t>0)$ 인 직선이 곡선 $y=f(x)$ 에 접할 때, 접점의 x 좌표와 y 좌표를 각각 $g(t)$ 와 $h(t)$ 라 하면 두 함수 $g(t)$ 와 $h(t)$ 는 모두 구간 $(0, \frac{2}{e})$ 에서 미분가능하다. 원점에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선의 기울기가 k 일 때, $\{k^2 \times g'(k) + k \times h'(k)\}^2$ 의 값을 구하시오. (단, $g(t) > e$) [4점]

* 확인사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오