

# [박하나/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학(나형) 연습 (1/4) |

## | 한성은

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY

평가원이 아무렇게나 내니까 나도 아무렇게나.

대충 네 개쯤 만들지 않을까 싶어서 (1/4)을 넣었습니다.

[hansungeun.com](http://hansungeun.com)

- 저자소개, 학습자료, 교재판매

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.

- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역(나형)

1

5지선다형

1.  $\sqrt[3]{8} \times \sqrt{9}$ 의 값은? [2점]

- ① 6                      ② 5                      ③ 4  
④ 3                      ⑤ 2

2.  $a_5 = 7$ 이고 공차가 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_7$ 의 값은? [2점]

- ① 7                      ② 9                      ③ 11  
④ 13                    ⑤ 15

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

4. 정적분  $\int_{-2}^2 (4x^3 + 3x^2 + 2x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12                    ② 16                    ③ 20  
④ 24                    ⑤ 28

5.  $(2x^2 + x)^4$ 의 전개식에서  $x^6$ 의 계수는? [3점]

- ① 16                      ② 18                      ③ 20  
 ④ 22                      ⑤ 24

6. 부등식  $\log_2(4x-4) < 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ 를 만족시키는

모든 정수  $x$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6  
 ④ 7                      ⑤ 8

7. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따르고

$$E(2X-1) = 7, \quad V(2X-1) = 12$$

일 때,  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 20                      ② 18                      ③ 16  
 ④ 14                      ⑤ 12

8. 함수  $y=2\cos(ax)+b$ 가  $x=\frac{\pi}{2}$ 에서 극솟값 0을 가질 때,

$a+b$ 의 최솟값은? (단,  $a>0, b>0$ 이다.) [3점]

- ① 4                      ② 6                      ③ 8  
 ④ 10                     ⑤ 12

10. 곡선  $y=x^3+ax+b$  위의 점  $(1, 2)$ 에서의 접선이 원점을 지난다.  $ab$ 의 값은? [3점]

- ① -1                      ② -2                      ③ -3  
 ④ -4                      ⑤ -5

9. 함수  $f(x)=x^3+x^2$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2-h)}{h}$$

의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 20                      ② 24                      ③ 28  
 ④ 32                      ⑤ 36

11. 함수  $y = \frac{1}{4}(x-2)^2$ 의 그래프와  $x$ 축,  $y$ 축으로

둘러싸인 도형의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③ 1  
 ④  $\frac{4}{3}$                       ⑤  $\frac{5}{3}$

12. 한 개의 주사위를 6의 약수가 세 번 나올 때까지 반복해서 던진다. 이 시행이 주사위를 5번 던져서 끝날 확률은? [3점]

- ①  $\frac{3}{27}$                       ②  $\frac{14}{81}$                       ③  $\frac{16}{81}$   
 ④  $\frac{2}{9}$                       ⑤  $\frac{20}{81}$

13. 정규분포를 따르는 두 확률변수  $X$ 와  $Y$ 의 확률밀도함수를 각각  $f(x)$ ,  $g(x)$ 라 하자.  
모든 실수  $x$ 에 대하여

$$g(x) = f(8-x)$$

이고  $P(0 \leq X \leq 3) = P(4 \leq Y \leq 7)$ 일 때,  
 $E(Y)$ 의 값은? [3점]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
④ 6                      ⑤ 7

14. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_2^x (x-t)f(t)dt = x^3 + 2x^2 + ax + b$$

를 만족시킬 때,  $f(a+b)$ 의 값은?  
(단,  $a$ ,  $b$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 20                      ② 22                      ③ 24  
④ 26                      ⑤ 28

# 6

# 수학 영역(나형)

15. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 4}{x} = 3$$

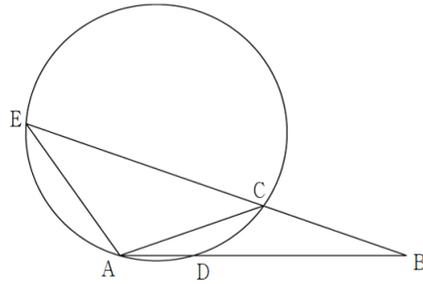
를 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 22                      ② 24                      ③ 26  
 ④ 28                      ⑤ 30

16. 그림과 같이

$$\overline{AB} = 4\sqrt{2}, \quad \overline{BC} = \overline{CA} = 3$$

인 이등변삼각형  $ABC$ 가 있다. 선분  $AB$ 의 1:3 내분점을  $D$ , 세 점  $A, C, D$ 를 지나는 원이 선분  $BC$ 의 연장선과 만나는 점을  $E$ 라 할 때,  $\sin(\angle EAC)$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{3}}{9}$                       ②  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$                       ③  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 ④  $\frac{4\sqrt{3}}{9}$                       ⑤  $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

17. 주머니에 1부터 16까지의 숫자가 하나씩 적혀 있는 16개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는 시행을 짝수가 적힌 공 8개를 모두 꺼낼 때까지 반복할 때 꺼낸 공의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자. 다음은 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

확률변수  $X$ 가 가질 수 있는 최솟값은 8이고, 최댓값은 16이다.  $8 \leq k \leq 16$ 인 자연수  $k$ 에 대하여  $P(X=k)$ 를 구하자.

$k$ 번째에 마지막 짝수가 적힌 공을 꺼내려면 이전  $k-1$ 개의 공을 꺼낼 때까지 짝수가 7개, 홀수가  $k-8$ 개가 나와야 하고,  $k$ 번째에 짝수가 적힌 공을 꺼내야 하므로

$$P(X=k) = \frac{{}_8C_7 \times {}_8C_{k-8}}{{}_{16}C_{k-1}} \times \boxed{\text{(가)}}$$

이다.  $0 \leq r \leq n$ 인 정수  $r$ 에 대하여

$${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

이므로

$$E(X) = \sum_{k=8}^{16} k \times P(X=k)$$

$$= \frac{8}{{}_{16}C_8} \sum_{k=8}^{16} \boxed{\text{(나)}} \dots (*)$$

이다.  $0 \leq r \leq n$ 인 정수  $r$ 에 대하여

$${}_n C_r + {}_n C_{r+1} = {}_{n+1} C_{r+1}$$

이므로 (\*)은

$$\frac{8}{{}_{16}C_8} \times \boxed{\text{(다)}} = \frac{136}{9}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ , (다)에 알맞은 수를  $a$ 라 할 때,  $\frac{a \times f(15)}{g(15)}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{17}{9}$                       ②  $\frac{19}{9}$                       ③  $\frac{7}{3}$   
 ④  $\frac{23}{9}$                       ⑤  $\frac{25}{9}$

18. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 4번 반복할 때, 꺼낸 공에 적힌 수를 차례대로  $a, b, c, d$ 라 하자.  $a < b < c$ 일 때  $d < c$ 일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{7}{12}$                       ③  $\frac{2}{3}$   
 ④  $\frac{3}{4}$                       ⑤  $\frac{5}{6}$

19. 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) = 2x - \int_0^2 |f(t)| dt$$

를 만족시킬 때,  $\int_0^2 |f(t)| dt$ 의 값은  $a$  또는  $b$ 이다.

$ab$ 의 값은? [4점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 8  
 ④ 16                     ⑤ 32

20. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 에 대하여 함수  $g(t)$ 는

$$g(t) = \frac{f(t)}{t} \quad (t > 0)$$

이다. 함수  $g(t)$ 가  $t=2$ 에서 최솟값 1을 가질 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 5                      ② 3                      ③ 1  
 ④ -1                     ⑤ -3

21. 자연수  $n$ 에 대하여  $\sqrt{n}$ 에 가장 가까운 정수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어  $a_2 = 1, a_3 = 2$ 이다. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $a_7 = 3$

ㄴ.  $a_k = 4$ 인 자연수  $k$ 의 개수는 8이다.

ㄷ.  $\sum_{n=1}^{20} a_n = 60$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22.  $\log_3 54 - \frac{1}{\log_2 3}$ 의 값을 구하여라. [3점]

23. 삼각형 ABC가

$$\overline{AB} = 5, \quad \overline{AC} = 7, \quad \cos(\angle BAC) = \frac{3}{5}$$

를 만족시킬 때,  $\overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라. [3점]

24. 세 문자  $a, b, c$  중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때 문자  $a$ 끼리는 이웃하지 않는 경우의 수를 구하여라. [3점]

25. 첫째항이 14인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$S_5 = S_{10}$$

일 때,  $S_3$ 의 값을 구하여라. [3점]

26. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$(x-1)f(x) = x^3 + 2x - a$$

를 만족시킨다.  $a \times f(1)$ 의 값을 구하여라.  
(단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

27. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_{2k} = n(n+1), \quad \sum_{k=1}^{2n} a_k = 2n(n+1)$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^6 a_{2k-1}$ 의 값을 구하여라. [4점]

28. 0 이상 네 정수  $a, b, c, d$ 가

$$(a+b+c)(a+b+d) = 40$$

를 만족시킨다.  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수를 구하여라. [4점]

29. 집합  $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 모든 함수  $f: A \rightarrow A$  중에서 임의로 하나를 선택하고,

$$g(1) \leq g(2) \leq g(3)$$

를 만족시키는 모든 함수  $g: A \rightarrow A$  중에서 임의로 하나를 선택하여 합성함수  $h = g \circ f$ 를 만들 때, 함수  $h$ 가

$$h(1) \leq h(2) \leq h(3)$$

을 만족시킬 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 양수  $a$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq a) \\ f(x-a) + f(a) & (x > a) \end{cases}$$

는 다음 조건을 만족시킨다.

함수  $g(x)$ 가  $x = \alpha$ 에서 극솟값을 가지고  
 $x = \beta$ 에서 극댓값을 가지며  $g(\alpha) = g(\beta)$ 인  
 두 실수  $\alpha, \beta$ 가 존재한다.

$\int_0^{2a} g(x) dx = 32$ 일 때,  $g(8)$ 의 값을 구하여라. [4점]

[박하나/한성은 모의고사]  
수능(나형) 연습(1/4) 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	①	02	③	03	①	04	②	05	⑤
06	②	07	③	08	①	09	④	10	②
11	②	12	③	13	④	14	⑤	15	③
16	⑤	17	①	18	④	19	③	20	⑤
21	⑤	22	3	23	32	24	60	25	36
26	15	27	42	28	90	29	451	30	8

## COMMENT 12

주사위를 한 번 던져서 6의 약수가 나오는 사건을 ○, 6의 약수가 나오지 않는 사건을 ×라 하자.

주사위를 한 번 던져서 ○가 나올 확률은  $\frac{2}{3}$ , ×가 나올 확률은  $\frac{1}{3}$ 이다. 시행이 5번에 끝나는 경우의 수는

$$\text{○○} \times \text{○○} \quad \text{○} \times \text{○○} \times \text{○} \quad \text{○○} \times \text{○○} \quad \times \text{○○} \times \text{○} \quad \times \text{○} \times \text{○○} \quad \times \times \text{○○} \text{○}$$

의 6가지이다. 맨 뒤의 ○는 고정이고 앞의 네 자리는 ○, ○, ×, ×의 배열.

위의 여섯 가지 사건 각각의 확률은 모두  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2$ 이다. 답은  $6 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2$ 이다.

## COMMENT 16

$$\overline{BD} = a \text{라 하면 } \cos(\angle DBC) = \frac{\sqrt{3}}{a} = \frac{12 + (a+3)^2 - 7}{4\sqrt{3}(a+3)} \text{이다.}$$

풀면  $a^3 + 6a^2 + 2a - 36 = 0$ 에서  $a = 2$ 이다.

## COMMENT 17

$$\frac{1}{17-k}, \quad {}_k C_8, \quad {}_{17} C_8$$

## COMMENT 18

$a < b < c$ 를 만족시키는 경우의 수와  $a < b < c$ 이며  $d < c$ 를 만족시키는 경우의 수를  $c$ 의 값에 따라 분류하여 나열하면,

Case1)  $c = 3$ 일 때 3개, 0개      Case2)  $c = 4$ 일 때 9개, 3개

Case3)  $c = 5$ 일 때 18개, 12개      Case4)  $c = 6$ 일 때 30개, 30개

이다. 구하는 확률은  $\frac{0+3+12+30}{3+9+18+30}$ 이다.

## COMMENT 19

$$\int_0^2 |f(t)| dt = k \text{라 하자. } f(x) = 2x - k \text{이고 } \int_0^2 |2t - k| dt = k \text{이다.}$$

$k < 4$ 일 때와  $k \geq 4$ 일 때로 나눠서 다루어야겠군.

$$\text{Case1) } k < 4 \text{일 때, } \int_0^{\frac{k}{2}} (-2t + k) dt + \int_{\frac{k}{2}}^2 (2t - k) dt = k \text{에서 } k = 2 \text{이다.}$$

$$\text{Case2) } k \geq 4 \text{일 때, } \int_0^2 (-2t + k) dt = k \text{에서 } k = 4 \text{이다.}$$

## COMMENT 20

함수  $g(t)$ 는 원점과 점  $(t, f(t))$  사이의 기울기이다.

곡선  $y = f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 기울기 1인 직선과 접해야 한다.

따라서  $f(2) = 2$ 이고  $f'(2) = 1$ 이다.

## COMMENT 21

지역 :  $2 < \sqrt{7} < 3$ 이고,  $2.5 < \sqrt{7}$ 이다. 제곱해봐.

니은 :  $3.5 < \sqrt{k} < 4.5$ 에서  $12.25 < k < 20.25$ 이다.

디글 :  $a_k = m$ 이라면  $m - \frac{1}{2} < \sqrt{k} < m + \frac{1}{2}$ 에서  $m^2 - m + \frac{1}{4} < k < m^2 + m + \frac{1}{4}$ 이므로

$a_k = m$ 인  $k$ 는  $m^2 - m + 1$ 에서  $m^2 + m$ 까지  $2m$ 개다. 따라서  $a_n$ 은 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, ...로 간다.

## COMMENT 28

40은  $1 \times 40$  또는  $2 \times 20$  또는  $4 \times 10$  또는  $5 \times 8$ 로 나타난다.

Case1)  $a+b+c=1$ 이고  $a+b+d=40 \Rightarrow (a, b, c)$ 를 결정하면  $d=c+39$ 로 자동 결정이다.  ${}_3H_1$ 가지.

Case2)  $a+b+c=2$ 이고  $a+b+d=20 \Rightarrow (a, b, c)$ 를 결정하면  $d=c+18$ 로 자동 결정이다.  ${}_3H_2$ 가지.

Case3)  $a+b+c=4$ 이고  $a+b+d=10 \Rightarrow (a, b, c)$ 를 결정하면  $d=c+6$ 로 자동 결정이다.  ${}_3H_4$ 가지.

Case4)  $a+b+c=5$ 이고  $a+b+d=8 \Rightarrow (a, b, c)$ 를 결정하면  $d=c+3$ 로 자동 결정이다.  ${}_3H_5$ 가지.

나머지는 대칭으로 2배 때려준다.

## COMMENT 29

전체 경우의 수 :  $f$ 는  $3^3$ 가지,  $g$ 는  ${}_3H_3$ 가지가 가능하므로 270가지이다.

사건의 경우의 수 :

Case1) 함수  $g$ 의 치역의 원소의 개수가 1일 때 :  $27 \times 3$

Case2) 함수  $g$ 의 치역의 원소의 개수가 2일 때 :  $15 \times 6$

Case3) 함수  $g$ 의 치역의 원소의 개수가 3일 때 :  $10 \times 1$

※ Case2의 15를 구하는 것이 상당히 노가다성이다. 꼼꼼하게 짚어보자.

## COMMENT 30

미분가능 조건에서  $f(0)=0$ ,  $f'(0)=f'(a)$ 이다.

$\Rightarrow$  점  $\left(\frac{a}{2}, f\left(\frac{a}{2}\right)\right)$ 는 함수  $f(x)$ 의 [수2에서는 이름을 말할 수 없는 그것]이다. ㅂㄱㅈ.

극대 극소 조건에서  $f(0)$ 와  $f(x)$ 의 극솟값이 서로 같아야 한다. 열심히 짚어보자.

$f(x) = x\left(x - \frac{3}{4}a\right)^2$ 이다. 적분값을 끼었으면  $f(x) = x(x-3)^2$ 이다.

$\Rightarrow$  대칭성을 활용하면 적분 계산이 필요하지 않다.

