

# [권구승/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학(나형) 연습 (2/4) |

## | 권구승 (서울대)

이강학원(대치, 분당), 이투스앤써.

몇 번을 공부해도 힘든 순간은 똑같이 찾아와요.  
준버 끝에 합격이 올 겁니다. 인생은 준버.

## | 한성은 (POSTECH 수학과)

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY

재학생 : 내년에 열심히 하자.

재수생 : 남들도 망하고 있겠지?

[hansungeun.com](http://hansungeun.com)

- 저자소개, 학습자료, 교재판매

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역(나형)

1

5지선다형

1.  $\tan \frac{5}{4}\pi$ 의 값은? [2점]

- ① -4                      ② -2                      ③ -1  
④ 1                        ⑤ 2

2.  $f(x) = x^3 + x^2 + 2x$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 8                        ② 7                        ③ 6  
④ 5                        ⑤ 4

3.  $3^a = 2$ 일 때,  $9^{a+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 32                      ② 34                      ③ 36  
④ 38                      ⑤ 40

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(B|A) = P(A), \quad P(A \cup B) = \frac{5}{9}$$

일 때,  $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$                       ②  $\frac{2}{9}$                       ③  $\frac{1}{3}$   
④  $\frac{4}{9}$                       ⑤  $\frac{5}{9}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x-1} = 5$  일 때,  $2a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -4                      ② -2                      ③ 2  
 ④ 4                         ⑤ 6

6. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 = 22, a_{15} = -18$$

이고, 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 할 때,  $S_n$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 160                      ② 170                      ③ 180  
 ④ 190                      ⑤ 200

7. 이산확률변수  $X$ 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = kx - \frac{1}{8} \quad (x=1, 2, 3, 4)$$

일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{10}$                       ②  $\frac{3}{20}$                       ③  $\frac{1}{5}$   
 ④  $\frac{1}{4}$                         ⑤  $\frac{3}{10}$

8. 방정식  $\log_2 x \times \log_2 5x = \log_2 10$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라고 할 때,  $\alpha\beta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       ③ 1  
 ④  $\sqrt{5}$       ⑤ 5

10.  $\int_0^3 |x-1|dx$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3  
 ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

9. 세 문자 A, B, C에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열할 때, 첫 번째 자리와 마지막 자리의 문자가 서로 다른 경우의 수는? [3점]

- ① 153      ② 156      ③ 159  
 ④ 162      ⑤ 165

11.  $(x^2+1)\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수는? [3점]

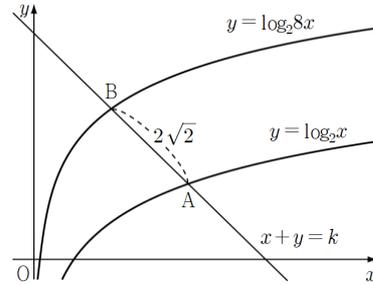
- ① 15                      ② 20                      ③ 25  
④ 30                      ⑤ 35

12. 함수  $f(x)=-x^3+4x^2+ax-1$ 이 실수 전체의 집합에서 감소하도록 하는 정수  $a$ 의 최댓값은? [3점]

- ① -4                      ② -5                      ③ -6  
④ -7                      ⑤ -8

13. 첫째항이 1, 공비가  $\frac{1}{2}$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 할 때,  $\sum_{n=1}^5 \frac{S_n}{a_n}$ 의 값은? [3점]
- ① 49                      ② 51                      ③ 53  
 ④ 55                      ⑤ 57

14. 그림과 같이 두 곡선  $y = \log_2 x$ ,  $y = \log_2 8x$ 가 직선  $x + y = k$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.  $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때,  $k$ 의 값은? [4점]



- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
 ④ 6                      ⑤ 7

15. 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가  $x=1$ 에서 극댓값을 갖고, 곡선  $y=f(x)$  위의 원점이 아닌 점 P에서의 접선의 방정식이  $y=x$ 이다.  $ab$ 의 값은? [4점]

- ① -20            ② -18            ③ -16  
 ④ -14            ⑤ -12

16. 수직선 위의 점 A(6)를 출발하여 움직이는 점 P의  $t$ 초 후의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - 5t + 4$$

일 때,  $\overline{OP}$ 의 최솟값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ①  $\frac{14}{3}$             ②  $\frac{13}{3}$             ③ 4  
 ④  $\frac{11}{3}$             ⑤  $\frac{10}{3}$

17. 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

일 때, 다음은 2 이상인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} = n(a_n - 1) \dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i)  $n=2$ 일 때 (좌변)  $= a_1 = 1$ ,  
 (우변)  $= 2(a_2 - 1) = 1$ 이므로 (\*)이 성립한다.  
 (ii)  $n=k$ 일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면  
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{k-1} = k(a_k - 1)$   
 이다.  $n=k+1$ 일 때  
 $a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1} + a_k = k(a_k - 1) + a_k$   
 $= \boxed{(가)} a_k - k$   
 $= \boxed{(가)} (a_{k+1} - \boxed{(나)}) - k$   
 $= \boxed{(가)} (a_{k+1} - 1)$   
 이다. 따라서  $n=k+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 이라

할 때,  $\frac{f(5)}{g(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① 22                      ② 24                      ③ 26  
 ④ 28                      ⑤ 30

18. 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} ax+1 & (x \leq 0) \\ -x+2 & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 양수  $b$ 에 대하여 함수  $f(x)f(x-b)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $a+b$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{5}{2}$                       ② 3                      ③  $\frac{7}{2}$   
 ④ 4                      ⑤  $\frac{9}{2}$

19. 주머니에 1, 1, 2, 2, 3, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀있는 수를  $a, b, c$ 라 할 때,  $a \leq b \leq c$ 일 확률은?  
[4점]

- ①  $\frac{1}{15}$                       ②  $\frac{2}{15}$                       ③  $\frac{1}{5}$   
④  $\frac{4}{15}$                       ⑤  $\frac{1}{3}$

20. 삼차함수  $f(x)$ 와 다항함수  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) = (x-1) \int_1^x g(t) dt$$

를 만족시킨다. 함수  $f(x)$ 가  $x=-1$ 에서 극댓값 2를 가질 때,  $g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 1                              ②  $\frac{3}{2}$                               ③ 2  
④  $\frac{5}{2}$                               ⑤ 3

21. 삼차함수

$$f(x) = x(x-1)(x-k) \quad (k > 1)$$

에 대하여 방정식  $f(x) = f'(t) \times x$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든  $t$ 의 값들의 합이 12이다.

$k$ 의 값은? [4점]

- ① 6                      ② 8                      ③ 10  
 ④ 12                     ⑤ 14

단답형

22.  ${}_3H_7$ 의 값을 구하여라. [3점]

23. 확률변수  $X$ 에 대하여  $E(2X) = 8$ ,  $E(X^2) = 18$ 일 때,  $V(2X)$ 의 값을 구하여라. [3점]

24. 함수  $f(x) = 3\sin ax + b$ 는 주기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 주기함수이고, 최댓값은 5, 최솟값은  $m$ 이다.  $a+b+m$ 의 값을 구하여라. (단,  $a$ 는 양수이다.) [3점]

25. 확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때,

$$P(X \leq 30) = P(X \geq 52)$$

- 가 성립한다.  $P(a \leq X \leq a+16)$ 의 값이 최대가 되도록 하는 실수  $a$ 의 값은? [3점]

26. 모든 항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(a_{n+1} + a_n)^2 = 4a_n a_{n+1} + 1$$

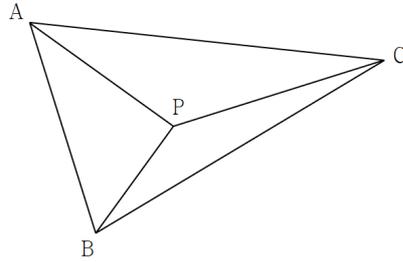
- 이 성립한다.  $a_1 = a_7 = 1$ 일 때,  $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라. [4점]

27. 어느 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게는 평균이  $m$ , 표준편차가  $\sigma$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 16개를 임의추출하여 얻은 표본평균은  $\bar{x}$ 이고, 이를 이용하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균  $m$ 에 대한 신뢰구간은  $a \leq m \leq b$ 이다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 64개를 다시 임의추출하여 얻은 표본평균은  $\bar{x}+4$ 이고, 이를 이용하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균  $m$ 에 대한 신뢰구간은  $c \leq m \leq d$ 이다.  $d=b$ 일 때,  $\sigma$ 의 값을 구하여라.  
(단,  $P(-2 \leq Z \leq 2) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

28.  $\overline{AB}=5$ 인 삼각형 ABC의 내부의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{PA}=4$ ,  $\overline{PB}=3$ ,  $\overline{PC}=5$ 이다.  
(나) 두 삼각형 ACP, BCP의 넓이를 각각  $S_1$ ,  $S_2$ 라 하면  $9S_1 = 16S_2$ 이다.

$\overline{AC}^2$ 의 값을 구하여라. [4점]



29. 부등식  $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq 6$ 을 만족시키는  
정수  $x_1, x_2, x_3, x_4$ 의 모든 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$   
중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍이

$$x_1 < x_2 \quad \text{또는} \quad x_3 < x_4$$

를 만족시킬 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라. [4점]

30. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 두 함수  $f(x), g(x)$ 가 각각

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x < 0) \\ 0 & (0 \leq x < a) \\ a-x & (a \leq x) \end{cases}, \quad g(x) = \int_b^x f(t) dt$$

이다. 곡선  $y=g(x)$ 와  $x$ 축이 만나는 두 점 사이의  
거리가 8이고, 곡선  $y=g(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인

부분의 넓이가  $\frac{40}{3}$ 일 때,  $ab$ 의 값을 구하여라. [4점]

[권구승/한성은 모의고사]  
수능(나형) 연습(2/4) 정답표

문항	정답								
01	④	02	②	03	③	04	①	05	③
06	⑤	07	②	08	①	09	④	10	②
11	⑤	12	③	13	⑤	14	④	15	①
16	⑤	17	⑤	18	①	19	④	20	④
21	②	22	36	23	8	24	5	25	33
26	26	27	16	28	65	29	11	30	24

## COMMENT 13

$S_n = \frac{2^n - 1}{2^{n-1}}$ ,  $\frac{S_n}{a_n} = 2^n - 1$ 이다. 다섯 개 정도는 그냥 구해도 되지만.

## COMMENT 14

직선의 기울기가  $-1$ 이므로  $A(a, \log_2 a)$ 라 하면  $B(a-2, \log_2 a+2)$ 이다.

## COMMENT 15

$f'(1) = 0$ 이고,  $P(t, f(t))$ 라 하면,  $f(t) = t$ 이고  $f'(t) = 1$ 이다.  
연립하여 풀면  $t = 2$ ,  $a = -4$ ,  $b = 5$ 이다.

## COMMENT 17

$$f(k) = k+1, \quad g(k) = \frac{1}{k+1}$$

## COMMENT 18

함수  $f(x)$ 는  $x=0$ 에서 불연속이고, 함수  $f(x-b)$ 는  $x=b$ 에서 불연속이다.  
하나가 불연속일 때 하나가 0이 되어야 하므로  $f(b) = 0$ 이다. 양수  $b$ 는 2이다.  
함수  $f(x-2)$ 가  $x=0$ 일 때 0이므로  $f(-2) = 0$ 에서  $a = \frac{1}{2}$ 이다.

## COMMENT 19

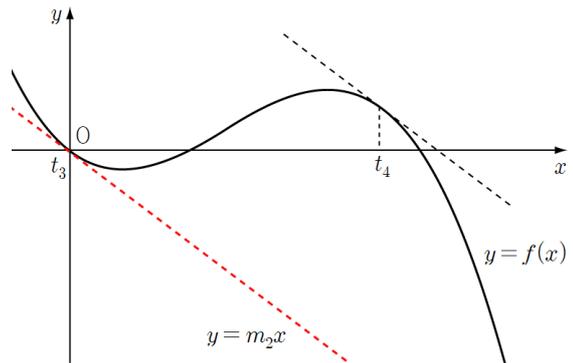
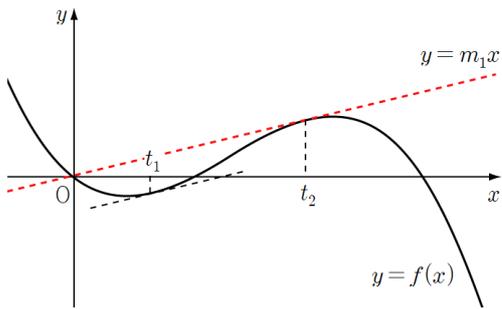
모두 다른 공으로 봐야 한다. 전체 경우의 수는  $6 \times 5 \times 4$ 이다.  
사건의 경우의 수는  $a < b < c$ 인 경우의 수가  $2^3 = 8$ 이고  
 $a, b, c$  중 어느 두 수가 같은 경우의 수가  ${}_3C_2 \times 2 \times 2^2 = 32$ 이다.

## COMMENT 20

다항식  $\int_1^x g(t)dt$ 는  $(x-1)$ 을 인수로 가지므로  $f(x) = (x-1)^2(ax+b)$ 이다.  $f'(-1) = 0$ ,  $f(-1) = 2$ 에서  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = 1$ 이다.  
 $f(x) = (x-1)^2\left(\frac{1}{2}x+1\right)$ 이므로  $\int_1^x g(t)dt = (x-1)\left(\frac{1}{2}x+1\right)$ 이고  $g(x) = x + \frac{1}{2}$ 이다.

## COMMENT 21

$x=0$ 은 방정식의 한 근이다.  $f'(t) = m$ 이라 하면  $y = mx$ 는 원점을 지나는 직선이다.  
곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = mx$ 가 두 점에서 만나는 것은 접할 때다. 기울기  $m$ 값이 2개 나오는 각.  
각각의  $m$ 에 대하여  $f'(t) = m$ 을 만족시키는  $t$ 값은 2개 존재한다.  
두  $t$ 의 값의 합은 대충 변곡점 생각해 보면  $\frac{2+2k}{3}$ 이므로 모든  $t$ 값의 합은  $\frac{4+4k}{3}$ 이다.



## COMMENT 28

$\angle APC = \theta$ 라 하면  $S_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \sin\theta = 10\sin\theta$ ,  $S_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) = -\frac{15}{2}\cos\theta$ 이다.

$9S_1 = 16S_2$ 에서  $-4\cos\theta = 3\sin\theta$ 이므로  $\tan\theta = -\frac{4}{3}$ ,  $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ 이다. 삼각형 ACP에서 코사인 처라.

## COMMENT 29

$1 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는  ${}_6H_4$ 이다.

$1 \leq x_1 < x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는  ${}_5H_4$ 이다.

$\Rightarrow 1 \leq x_1 \leq (x_2 - 1) \leq (x_3 - 1) \leq (x_4 - 1) \leq 5$ 로 보고 구하면 개꿀.

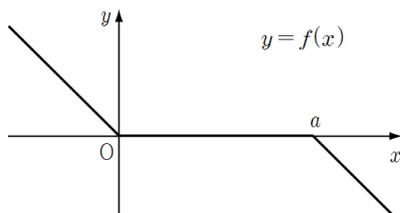
$1 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 < x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는  ${}_5H_4$ 이다.

$1 \leq x_1 < x_2 \leq x_3 < x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는  ${}_4H_4$ 이다.

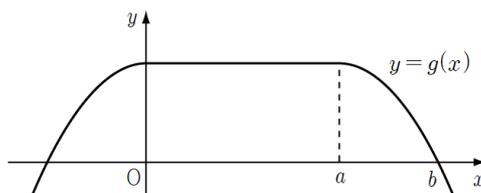
구하는 값은  $\frac{{}_5H_4 + {}_5H_4 - {}_4H_4}{{}_6H_4} = \frac{5}{6}$ 이다.

## COMMENT 30

두 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



$y=f(x)$ 의 그래프



$y=g(x)$ 의 그래프

귀찮으니까  $b-a=c$ 라 하자.  $y=g(x)$ 의  $y$ 절편은  $\frac{1}{2}c^2$ 이고 도형의 넓이는  $\frac{2}{3}c^3 + \frac{1}{2}ac^2$ 이므로

$$a+2c=8, \quad \frac{2}{3}c^3 + \frac{1}{2}ac^2 = \frac{40}{3}$$

이다. 연립하여 풀면  $c=2$ ,  $a=4$ ,  $b=6$ 이다.

