

수학 영역 (가형)

짜수형

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
 - 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 발자국 소리 호르락 소리 문 두드리는 소리**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짜수), 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $2^{\frac{3}{2}} \times \sqrt[3]{8}$ 의 값은? [2점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 8 ⑤ $8\sqrt{2}$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n-1} - 5^n}{4^n - 5^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① -4 ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ 5

3. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $y = a \sin bx + 2$ 는 주기가 $\frac{1}{2}\pi$ 이고 최솟값은 -3일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

4. 첫째항이 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 9a_3$ 일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 18 ④ 27 ⑤ 36

2

수학 영역(가형)

5. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

7. 6개의 문자 a, a, b, b, b, c 를 일렬로 나열할 때, a 끼리는 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

6. 곡선 $\pi y = \cos x + y \sin x$ 위의 점 $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{2}{1-\pi}$ ② $\frac{1}{1-\pi}$ ③ $-\frac{1}{\pi}$ ④ $\frac{1}{\pi}$ ⑤ $\frac{1}{\pi-1}$

8. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르고
 $E(X^2) = V(X) + 36$ 을 만족시킬 때, n 의 값은? [3점]

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

10. 정규분포 $N(0, 6^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 9인 표본을
 임의로 추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} , 정규분포 $N(12, 4^2)$ 을
 따르는 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하여 구한
 표본평균을 \bar{Y} 라 하자. $P(\bar{X} \leq -4) = P(\bar{Y} \geq a)$ 를 만족시키는
 상수 a 의 값은? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

9. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6 \times \left(\frac{x}{3}\right)^{2n+1} - 3}{2 \times \left(\frac{x}{3}\right)^{2n} + 4}$$

에 대하여 $|f(k)| = f(k)$ 를 만족시키는 10 이하의 정수 k 의
 개수는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4

수학 영역(가형)

11. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = 31, a_8 = 7$$

일 때, 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 최대가 되도록 하는 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

12. 1부터 8까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택된 3개의 수의 합을 a , 선택되지 않은 5개의 수의 합을 b 라 할 때, a 와 b 가 모두 짝수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

13. $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 이차방정식

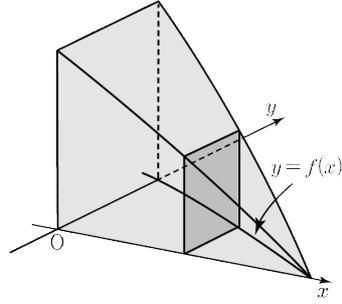
$$x^2 - (4\sin\theta)x + 2\cos^2\theta - 3\sin\theta - 2 = 0$$

이 실근을 갖도록 하는 θ 의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{11}{6}\pi$ ② $\frac{5}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{7}{6}\pi$

14. 그림과 같이 양수 k 에 대하여 함수 $f(x) = \sqrt{\frac{\cos^2 x}{1 + \sin x}}$ 의

그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분을 밑변으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는? [4점]



- ① $\frac{1}{3}(\pi-2)$ ② $\frac{1}{2}(\pi-2)$ ③ $\frac{1}{2}(\pi-1)$
 ④ $\pi-2$ ⑤ $\pi-1$

6

수학 영역(가형)

15. 다음은 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^{2n} (k+2^n) = n(2^{n+1} + 2n + 1) \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때 (좌변)=7, (우변)=7이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하고, $n=m+1$ 일 때, (*)이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{2m+2} (k+2^{m+1}) &= \sum_{k=1}^{2m+2} (k+2^m) + \boxed{(가)} \\ &= \sum_{k=1}^{2m} (k+2^m) + 2^{m+2} + \boxed{(나)} + 4m + 3 \\ &= (m+1)(2^{m+2} + 2m + 3) \end{aligned}$$

그러므로 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

따라서 (i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(m)$, (나)에 알맞은 식을 $g(m)$ 이라

할 때, $\frac{f(3)}{g(5)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

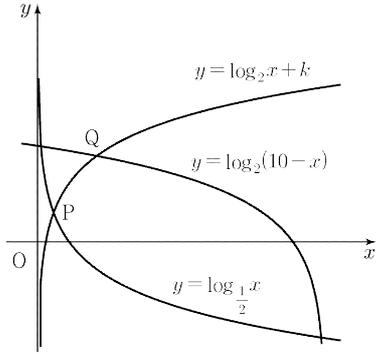
16. 양수 t 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 k 의 값을 $f(t)$ 라 하자.

직선 $x=k$ 와 두 곡선 $y=2\ln x$, $y=2\ln \frac{x}{e^t}$ 가
 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 점 Q를 지나고 y 축에
 수직인 직선이 곡선 $y=2\ln x$ 와 만나는 점을 R라 할 때,
 $\overline{PQ} = \overline{QR}$ 이다.

함수 $f(t)$ 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

17. 그림과 같이 함수 $y = \log_2 x + k$ 의 그래프가 두 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$, $y = \log_2(10-x)$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P와 점 Q의 x 좌표의 값의 비가 1 : 4일 때, 실수 k 의 값은? (단, $k > 0$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

18. 숫자 1, 2, 3, 3, 4, 4가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 세 개의 카드를 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 두 사람 A, B가 점수를 얻는다.

카드를 세 장 뽑아서 카드에 적힌 수를 확인한다.
 각 카드에 적힌 수 중 같은 것이 있으면 A가 2점을 얻고, 같은 수가 없으면 B가 1점을 얻는다.

이 시행을 4번 반복하여 A가 이겼을 때, A가 6점을 얻을 확률은? (단, 뽑은 카드는 다시 주머니에 넣는다.) [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{12}{41}$ ③ $\frac{8}{19}$ ④ $\frac{6}{13}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

19. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는? [4점]

(가) $f(1)f(3)=12$

(나) 함수 f 의 치역의 개수는 3이다.

- ① 228 ② 238 ③ 248 ④ 258 ⑤ 268

20. 함수 $f(x) = x^3(x-4) + 27$ 와 자연수 n 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \frac{1}{1 + f(2^x + n - 4)}$$

이다. 함수 $g(x)$ 가 극값을 갖도록 하는 자연수 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 5 ② 9 ③ 13 ④ 17 ⑤ 21

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} e^{x^2+4x} & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) 함수 $y = |g(x) - 5|$ 는 오직 한 점에만 미분가능하지 않다.

$g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{37}{9}$ ② $\frac{116}{27}$ ③ $\frac{121}{27}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{131}{27}$

단답형

22. 정규분포 $N(m, 6)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 함수

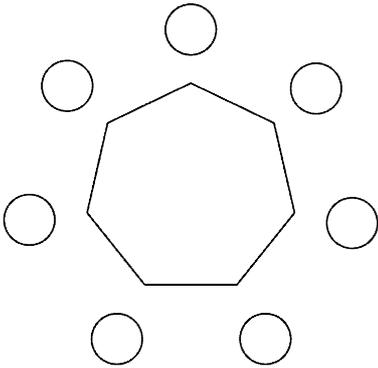
$$g(k) = P(k-6 \leq X \leq k+4)$$

는 $k=20$ 일 때 최댓값을 갖는다. 상수 m 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{3k^2}{n^2} \right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

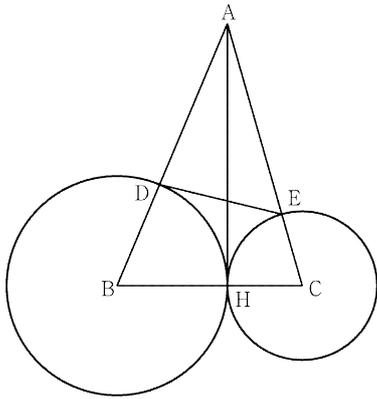
24. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 12$ 일 때, $n^2 - 11n + 28$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은?
[3점]

25. 그림과 같이 정칠각형 모양의 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A 학교 학생 2명, B 학교 학생 2명, C 학교 학생 3명이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A 학교 학생 2명이 서로 이웃하지 않거나 B 학교 학생 2명이 서로 이웃하지 않게 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



26. 양의 실수 k 에 대하여 두 곡선 $y = 3(\ln x)^2 - 6(\ln x)$, $y = kx^2 - 3$ 의 서로 다른 교점의 개수가 2일 때, $\ln k = \ln p - q$ 이다. p, q 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ 이고 p 와 q 는 자연수이다.) [4점]

27. 그림과 같이 삼각형 ABC에 대하여 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{AH}=6$ 이다. 두 점 B, C를 각각 중심으로 하는 원 C_1, C_2 가 점 H에서 서로 외접할 때, 원 C_1 이 선분 AB와 만나는 점을 D, 원 C_2 가 선분 AC와 만나는 점을 E라 하자. $\overline{AD}=4, \overline{CE}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\overline{DE}^2 = \frac{p+q\sqrt{3}}{91}$ 이다. $p-q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 자연수이다.) [4점]



28. 첫째항이 모두 1인 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 어떤 상수 k 에 대하여 이차방정식 $x^2 - 12x + k = 0$ 의 두 근은 a_1, a_2 이다.
 (나 $b_4 = a_2 b_2$)

두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 각각 S_n, T_n 이라 할 때, $|S_m| - |2T_m| \leq km$ 을 만족시키는 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 세 정수 a, b, c 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $|a| \leq 2, |b| \leq 2, |c| \leq 2$
- (나) $|a+b+c| \leq 2$

정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 (a, b, c) 가

$$a \geq 1 \text{ 또는 } b \geq 1$$

을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 사차함수 $f(x) = -2x^2(x^2 - 4)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $-2 \leq x \leq 2$ 일 때 $g(x) = f(x)$ 이다.
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+4) = g(x)$ 이다.

실수 t ($0 < t < 8$)에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 x 좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n 번째 수를 x_n 이라 하고

$$a_n = \int_{\frac{15}{8}}^6 \frac{t}{g'(x_n)} dt$$

라 하자. $\sum_{n=1}^{41} a_n = \frac{q}{p}$ 일 때, $q-p$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

