

## 제 2 교시

## 수학 영역(가형)

## 출수형

## 5지선다형

1.  $(2^{-\frac{1}{2}})^6$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④ 1      ⑤ 2

2. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 3$ ,  $a_4 = 8$ 일 때,  $a_2 a_3$ 의 값은?  
[2점]

- ① 21      ② 22      ③ 23      ④ 24      ⑤ 25

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{3n+1} - \frac{1}{2n+1} \right)$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

4. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ 일 때,  $P(\overline{B})$ 의 값은? (단,  $\overline{B}$ 은  $B$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{20}$       ②  $\frac{1}{10}$       ③  $\frac{3}{20}$       ④  $\frac{1}{5}$       ⑤  $\frac{1}{4}$

5. 함수  $y = 3^{x-1} + 2$ 의 그래프의 점근선과 직선  $y = \frac{1}{4}x + 1$ 이  
만나는 점의 좌표가  $(a, b)$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

6.  $11^{11}$ 의 백의 자리 숫자는? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

7. 부등식  $\cos \frac{n\pi}{12} \leq -\frac{1}{2}$ 을 만족시키는 24 이하의 모든 자연수  
 $n$ 의 개수는? [3점]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

8. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여  
 $(n+3)a_{n+1} = na_n$ 을 만족시킬 때,  $a_5$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{35}$       ②  $\frac{1}{37}$       ③  $\frac{1}{39}$       ④  $\frac{1}{41}$       ⑤  $\frac{1}{43}$

9. 함수  $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g'(-5)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$       ②  $\frac{1}{8}$       ③  $\frac{1}{7}$       ④  $\frac{1}{6}$       ⑤  $\frac{1}{5}$

10. 어느 공장에서 생산된 컴퓨터 모니터 1개의 수명은 평균이 16000시간이고 표준편차가 800시간인 정규 분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 컴퓨터 모니터 중 64개를 임의추출하여 얻은 모니터의 수명의 표본평균이 15900시간 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

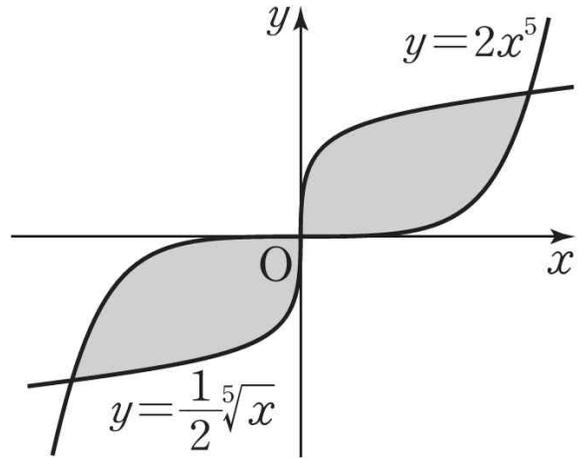
$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0062      ② 0.0228      ③ 0.0668  
 ④ 0.1587      ⑤ 0.3085

11. 곡선  $y = xc^{x-1}$  위의 점  $(1, 1)$ 에서의 접선과 곡선  $y = \frac{2x}{x+1}$  위의 점  $(a, b)$ 에서의 접선이 서로 평행할 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a < -1$ ) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12. 그림과 같이 두 곡선  $y = 2x^5$ ,  $y = \frac{1}{2}\sqrt[5]{x}$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{\sqrt{2}}{6}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

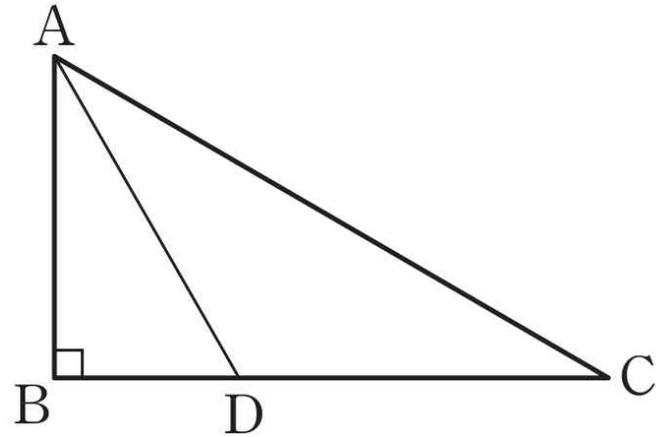
13. 연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) = (x-1)e^x + (x-2)e^x \int_0^1 f(t)dt$$

를 만족시킬 때,  $\int_0^1 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1-2e}{e-1}$       ②  $\frac{2-e}{e-1}$       ③  $\frac{-e}{2(e-1)}$   
 ④  $\frac{1-2e}{2(e-1)}$       ⑤  $\frac{2-e}{2(e-1)}$

14. 그림과 같이  $\overline{BC}=3$ ,  $\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형  $ABC$ 가 있다.  $\overline{BD}=1$ 인 선분  $BC$  위의 점  $D$ 에 대하여  $\angle CAD$ 의 크기가 최대가 될 때, 선분  $AD$ 의 길이는? [4점]



- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{3}$       ④ 2      ⑤  $\sqrt{5}$

15. 어느 고등학교 3학년 확률과 통계 과목의 점수는 응시한 전체 학생의 40%가 70점 이상이고, 70점 미만인 학생의 60%가 10번 문항에서 오답이었다. 이 고등학교 3학년 확률과 통계 과목에 응시한 전체 학생 중에서 임의로 선택한 1명의 학생이 10번 문항에서 정답이었을 때, 이 학생의 점수가 70점 이상일 확률은  $\frac{7}{13}$ 이다. 이 고등학교 3학년 확률과 통계 과목에 응시한 전체 학생 중에서 임의로 선택한 1명의 학생의 점수가 70점 이상이고 10번 문항에서 정답이었을 확률은? [4점]

- ①  $\frac{6}{25}$     ②  $\frac{7}{25}$     ③  $\frac{8}{25}$     ④  $\frac{9}{25}$     ⑤  $\frac{2}{5}$

16. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시 각  $t$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가  $x = a(1 - \cos^3 bt)$ ,  $y = a \sin^3 bt$  이다. 점 P의 좌표가  $(2\sqrt{2}-1, 1)$ 일 때, 속력이 최대가 되고 그 값은 18이다.  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $ab > 0$ ) [4점]

- ① 22    ② 23    ③ 24    ④ 25    ⑤ 26

17. 1개의 주사위를 2번 던져서 나온 눈의 수를 차례로  $a, b$ 라 하자. 함수  $f(x) = |2\sin x + 1|$  ( $0 < x < 2\pi$ )의 그래프와 직선  $y = \frac{b}{a}$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수를 확률변수  $X$ 라 할 때, 다음  $E(X)$ 의 값을 구하는 과정이다.

함수  $f(x) = |2\sin x + 1|$  ( $0 < x < 2\pi$ )의 그래프와 직선  $y = \frac{b}{a}$ 가 만나는 점의 개수가 확률변수  $X$ 이므로  $X$ 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, (가)이다.  
따라서 확률변수  $X$ 의 확률분포를 표로 나타내면

$X$	0	1	2	<span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">(가)</span>	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	<span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">(나)</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">(다)</span>	1

이므로  $E(X) = \text{(라)}$ 이다.

위의 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 값을 각각  $p, q, r, s$ 라 할 때,  $\frac{ps}{qr}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{281}{5}$     ②  $\frac{282}{5}$     ③  $\frac{283}{5}$     ④  $\frac{284}{5}$     ⑤ 57

18. 1부터 98까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 1장씩 98장이 있다. 이 98장의 카드 중에서 동시에 3장의 카드를 택할 때, 카드에 적혀 있는 세 수의 합이 98이 되는 경우의 수는? [4점]

- ① 752    ② 754    ③ 756    ④ 758    ⑤ 760



21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를  $g(x) = f(x) \times e^{f(x) - |f(x)|}$ 이라 할 때, 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

가)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2f(x)+1}{x} = 0$

나) 함수  $g(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는  $x$ 의 값을 작은 값부터 크기순으로 모두 나열한 것을  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 이라 할 때,  $\sum_{k=1}^n x_k = 5$ 이다.

$f(-1) \times f(1)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{33}{4}$       ② 9      ③  $\frac{39}{4}$       ④  $\frac{21}{2}$       ⑤  $\frac{45}{4}$

단답형

22.  $\frac{{}_9H_4}{{}_3H_2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x-2} - x^2 + a}{x-2} = b$ 일 때,  $a-b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24.  $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$  일 때, 곡선  $2x - \tan y = 0$  위의  $x = 2$ 인 점에서의 접선의 기울기는  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. [3점]  
(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

26. 한 개의 주사위를 720회 던질 때, 1의 눈이  $a$ 회 이상 150회 이하가 나올 확률은 0.9759이다. 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여  $a$ 의 값을 구하시오. (단,  $a < 150$ ) [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

25. 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x) = a \sin bx + 12 - 2a$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $ab$ 의 값을 구하시오. [3점]

- 가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) \geq 0$ 이다.  
나)  $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식  $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 8개이다.

27. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 공비가 1보다 작은 유리수이고, 수열  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} a_n & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{a_n} & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

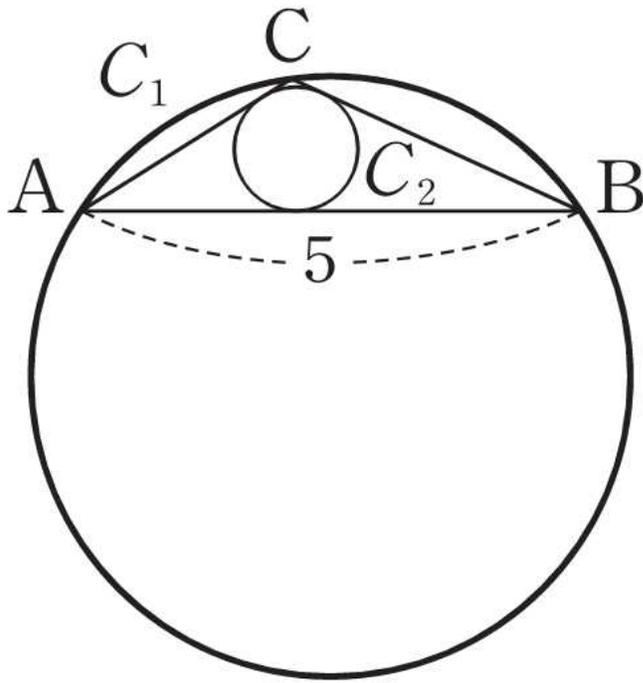
을 만족시킨다.  $b_5$ 가 소수인 자연수이고, 수열  $\{b_n\}$ 의 항 중 자연수인 모든 항의 합이 637일 때,  $a_{11} = \frac{\beta}{a}$ 이다.  $a + \beta$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $\beta$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 좌표평면을 게임판으로 하여 다음 규칙에 따라 게임이 진행된다.

- 규칙 1. 원점을 출발점으로 한다.
- 규칙 2. 동전을 던져 앞면이 나오면  $x$ 축의 양의 방향으로 1만큼 이동하고 뒷면이 나오면  $y$ 축의 양의 방향으로 1만큼 이동한다.
- 규칙 3. 직선  $y = x + 3$  위의 점에 도달하면 더 이상 동전을 던지지 않고 게임을 끝내고 그렇지 않으면 동전을 계속 던져서 게임을 계속 진행한다.

동전을 9번 던져서 게임이 끝날 확률은  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p + q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 그림과 같이 삼각형 ABC의 외접원을  $C_1$ , 내접원을  $C_2$ 라 하고, 두 원  $C_1, C_2$ 의 반지름의 길이를 각각  $R_1, R_2$ 라 하자.  $\overline{AB}=5$ 이고  $\cos A = \frac{4}{5}$ ,  $\cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 일 때,  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{a+b\sqrt{5}}{4}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 자연수이다.) [4점]



30. 함수  $f(x) = 2e^{2x} + 3e^{-x} - 4$ 와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수  $g(x)$ 가 있다. 실수  $k$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 를  $h(x) = |g(x+k) - f(x)|$ 라 할 때,  $h(x)$ 는 다음 조건을 만족한다.

- (가)  $x=0$ 에서 최솟값  $g(k)$ 를 갖는다.
- (나) 닫힌 구간  $[-1, 1]$ 에서 최댓값  $\frac{2e^3 - e + 3}{e}$ 을 갖는다.

$g'(k - \frac{2}{3})$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오