

# 패턴 22

정적분의 성질

편집:우에노리에

1. **2012** 교육청(3점)

정적분  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x(\sin x + 1)dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③ 1  
④  $\frac{4}{3}$                       ⑤  $\frac{5}{3}$

2. **2008** 교육청(3점)

다항함수  $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때,  $f(0)$ 의 값은?

I.  $\int f(x)dx = \{f(x)\}^2$   
II.  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 50$

- ① 21                      ② 22                      ③ 23  
④ 24                      ⑤ 25

3. **2005** 평가원(3점)

이차함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \frac{12}{7}x^2 - 2x \int_1^2 f(t)dt + \left\{ \int_1^2 f(t)dt \right\}^2 \text{ 일 때,}$$

$10 \int_1^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오.

4. **2012**      **평가원(3점)**

연속함수  $f(x)$  가 모든 실수  $x$  에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = e^x + ax + a$$

를 만족시킬 때,  $f(\ln 2)$  의 값은 (단,  $a$  는 상수이다.)

- ① 1                      ② 2                      ③  $e$   
 ④ 3                      ⑤  $2e$

5. **2007**      **교육청(3점)**

함수  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 1$  에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x f(t)dt$  의 값은?

- ① 7                      ② 9                      ③ 11                      ④ 13                      ⑤ 15

6. **2012**      **교육청(3점)**

$f(x) = 3x^2 + x + \int_0^2 f(t)dt$  를 만족시키는 함수  $f(x)$  에 대하여  $f(2)$  의 값을 구하시오.

7. **2006**      **평가원(3점)**

양수  $a$  에 대하여 삼차함수  $f(x) = -x(x+a)(x-a)$  의 극대점의  $x$  좌표를  $b$  라 하자.

$\int_{-b}^a f(x)dx = A$ ,  $\int_b^{a+b} f(x-b)dx = B$  일 때,  $\int_{-b}^a |f(x)|dx$  의 값은?

- ①  $-A + 2B$               ②  $-2A + B$               ③  $-A + B$   
 ④  $A + B$                   ⑤  $A + 2B$

8. **2010** 교육청(3점)

두 함수  $f(x) = x^2 - 4x$ 와  $y = g(x)$ 가 임의의 실수  $h$ 에 대하여

$g(x+h) - g(x) = \int_x^{x+h} f(t) dt$ 일 때, 방정식  $g(x) = 0$ 의 모든 근의 합은?

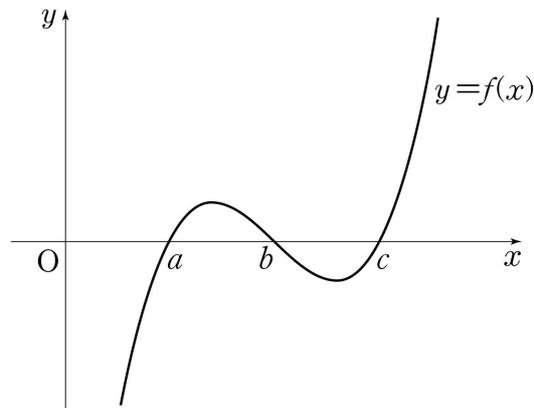
- ① 6                      ② 5                      ③ 4  
 ④ 3                      ⑤ 2

9. **2012** 평가원(3점)

삼차함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같고,  $f(x)$ 는

$$\int_a^b f(x) dx = 3, \int_a^c f(x) dx = 0$$

을 만족시킨다. 함수  $f(x)$ 의 한 부정적분을  $F(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



[ 보 기 ]

ㄱ.  $F(b) = F(a) + 3$

ㄴ. 점  $(c, F(c))$ 는 곡선  $y = F(x)$ 의 변곡점이다.

ㄷ.  $-3 < F(a) < 0$ 이면 방정식  $F(x) = 0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. **2009** **교육청(3점)**

함수  $f(x) = e^x \sin \frac{\pi}{2}x$  에 대하여  $S(t) = \int_0^t 2x\{f(t) - f(x)\} dx$  일 때,  $S'(2)$  의 값은?

- ①  $-2\pi e^2$                       ②  $-\pi e^2$                       ③  $\pi e^2$   
 ④  $2\pi e^2$                         ⑤  $\pi^2 e^2$

11. **2004** **평가원(4점)**

함수  $f(x)$  는 다음 두 조건을 만족한다.

(가)  $-2 \leq x \leq 2$  일 때,  $f(x) = x^3 - 4x$   
 (나) 임의의 실수  $x$  에 대하여  $f(x) = f(x+4)$

정적분  $\int_1^2 f(x) dx$  와 같은 것은?

- ①  $\int_{2004}^{2005} f(x) dx$                       ②  $-\int_{2004}^{2005} f(x) dx$   
 ③  $\int_{2005}^{2006} f(x) dx$                       ④  $-\int_{2005}^{2006} f(x) dx$   
 ⑤  $\int_{2006}^{2007} f(x) dx$

12. **2006** **교육청(4점)**

다음 세 조건을 만족시키는 함수  $f(x)$  에 대하여  $\int_0^4 f(x) dx$  이 최솟값을 가질 때,  $k$  의 값은?

(가) 임의의 실수  $x$  에 대하여  $f(2+x) = f(2-x)$   
 (나)  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2k+4$   
 (다)  $\int_0^6 f(x) dx = k^2$

- ① 1                                      ② 2                                      ③ 3  
 ④ 4                                      ⑤ 5

13.

2007

교육청(4점)

함수  $f_n(x) = \left( nx - \sum_{k=1}^n a_k \right)^2$  가  $\int_0^1 f_n'(x) dx = -n^3$  을 만족할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

(단,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  은 상수)

[ 보 기 ]

$$\text{ㄱ. } \sum_{k=1}^n a_k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{ㄴ. } f_2(2) = 3$$

$$\text{ㄷ. } \int_0^{n+1} f_n(x) dx = 2 \int_0^{\frac{n+1}{2}} f_n(x) dx$$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ

14.

2008

교육청(4점)

두 다항함수  $f(x), g(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수  $x$  에 대하여

$$\text{(가) } f(x)g(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$

$$\text{(나) } f'(x) = 1$$

$$\text{(다) } g(x) = 2 \int_1^x f(t) dt$$

$\int_0^3 3g(x) dx$  의 값을 구하시오.

15. **2005** **교육청(4점)**

실수전체의 집합에서 미분 가능한 함수  $f(x)$  가

$$f(x) = e^x - 1 + \int_0^x f(t) dt$$

를 만족할 때, <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?  
(단,  $e$  는 자연로그의 밑)

[ 보 기 ]

- ㄱ.  $f(0) = 0$  이다.  
 ㄴ.  $f'(0) = 0$  이다.  
 ㄷ. 모든 실수  $x$  에 대하여  $f'(x) > f(x)$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

16. **2011** **교육청(4점)**

$x$  에 대한 방정식  $\int_0^x |t-1| dt = x$  의 양수인 실근이  $m+n\sqrt{2}$  일 때,  $m^3+n^3$  의 값을 구하시오. (단,  $m, n$  은 유리수이다.)

17. **2011** **평가원(4점)**

구간  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  에서 연속인 함수  $f(x)$  가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  의 값은?

(가)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt = 1$

(나)  $\cos x \int_0^x f(t) dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt$  (단,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ )

- ①  $\frac{1}{5}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{1}{3}$                       ④  $\frac{1}{2}$                       ⑤ 1

18. **2008 수능 (2점)**

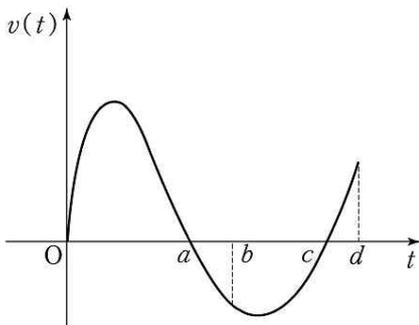
함수  $f(x) = 6x^2 + 2ax$ 가  $\int_0^1 f(x) dx = f(1)$ 을 만족시킬 때,

상수  $a$ 의 값은?

- ① -4                      ② -2                      ③ 0  
 ④ 2                        ⑤ 4

19. **2006 수능 (3점)**

다음은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $0 \leq t \leq d$ )에서의 속도  $v(t)$ 를 나타내는 그래프이다.



$\int_0^a |v(t)| dt = \int_a^d |v(t)| dt$  일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $0 < a < b < c < d$ 이다.)

[ 보 기 ]

- ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 원점을 다시 지난다.
- ㄴ.  $\int_0^c v(t) dt = \int_c^d v(t) dt$
- ㄷ.  $\int_0^b v(t) dt = \int_b^d |v(t)| dt$

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. **2006 수능 (3점)**

다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = x^3 - 2ax^2 + ax$$

를 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.)

21. **2006 수능 (3점)**

함수  $f(x) = x^3$ 의 그래프를  $x$ 축 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축 방향으로  $b$ 만큼 평행이동 시켰더니 함수  $y = g(x)$ 의 그래프가 되었다.

$$g(0) = 0 \text{이고 } \int_a^{3a} g(x)dx - \int_0^{2a} f(x)dx = 32$$

일 때,  $a^4$ 의 값을 구하시오.

22. **2013 수능 (3점)**

연속함수  $f(x)$ 가  $f(x) = e^{x^2} + \int_0^1 tf(t)dt$ 를 만족시킬 때,  $\int_0^1 xf(x)dx$ 의 값은?

- ①  $e-2$                       ②  $\frac{e-1}{2}$                       ③  $\frac{e}{2}$   
④  $e-1$                       ⑤  $\frac{e+1}{2}$

23. **2010 수능 (4점)**

삼차함수  $f(x) = x^3 - 3x - 1$ 이 있다. 실수  $t (t \geq -1)$ 에 대하여  $-1 \leq x \leq t$ 에서  $|f(x)|$ 의 최댓값을  $g(t)$ 라고 하자.

$\int_{-1}^1 g(t) dt = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

24. **2012 수능 (4점)**

함수  $f(x) = 3(x-1)^2 + 5$ 에 대하여 함수  $F(x)$ 를  $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 라 하자. 미분가능한

함수  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $F(g(x)) = \frac{1}{2}F(x)$ 를 만족시킨다.  $g'(2) = p$ 일 때,

$30p$ 의 값을 구하시오.

- 1) 정답 ⑤
- 2) 정답 ⑤
- 3) 정답 20
- 4) 정답 ①
- 5) 정답 ⑤
- 6) 정답 4
- 7) 정답 ①
- 8) 정답 ①
- 9) 정답 ③
- 10) 정답 ①
- 11) 정답 ③
- 12) 정답 ①
- 13) 정답 ④
- 14) 정답 27
- 15) 정답 ④
- 16) 정답 9
- 17) 정답 ④
- 18) 정답 ①
- 19) 정답 ④
- 20) 정답 16
- 21) 정답 16
- 22) 정답 ④
- 23) 정답 17
- 24) 정답 37