제 2 교시

수학 영역

by 지민

5지선다형

1. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \times 3^{-\frac{7}{4}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

$3^{-\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{7}{4}}$

$= 3^{-2}$

$= \boxed{\frac{1}{9}}$

2. 함수 $f(x)=2x^3+4x+5$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f'(x) = 6x^2+4$

$f'(1) = 6+4$

$= \boxed{10}$

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1=2, \quad a_2 a_4 = 36$$

일 때, $\frac{a_7}{a_3}$ 의 값은? [3점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

$a=2, \quad a^2 r^4 = 36$

$\Rightarrow \boxed{r^4 = 9}$

$\frac{a_7}{a_3} = r^4 = \boxed{9}$

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x+a & (x \le -1) \\ x^2-5x-a & (x > -1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\lim_{x \to -1-} f(x) = \lim_{x \to -1+} f(x) = f(-1)$

$-2+a = 1+5-a = -2+a$

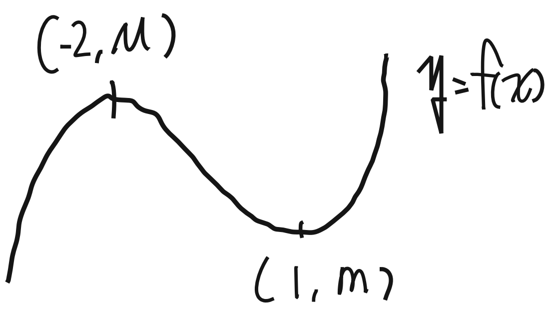
$2a = 8$

$\boxed{a=4}$

5. 함수 $f(x)=2x^3+3x^2-12x+1$의 극댓값과 극솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은? [3점]

① 13　② 14　③ 15　④ 16　⑤ 17

$$f'(x) = 6x^2+6x-12$$
$$= 6(x+2)(x-1)$$



$$M = f(-2) = -16+12+24+1 = \boxed{21}$$
$$m = f(1) = 2+3-12+1 = \boxed{-6}$$
$$M+m = 21-6 = \boxed{15}$$

6. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\frac{\sin\theta}{1-\sin\theta}-\frac{\sin\theta}{1+\sin\theta}=4$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　② $-\frac{1}{3}$　③ 0　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\frac{\sin\theta}{1-\sin\theta} - \frac{\sin\theta}{1+\sin\theta} = 4$$

$$\frac{\sin\theta(1+\sin\theta)-\sin\theta(1-\sin\theta)}{1-\sin^2\theta} = 4$$

$$\frac{2\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = 4$$

$$\sin^2\theta = 1-\cos^2\theta = 2\cos^2\theta$$

$$\therefore \boxed{\cos^2\theta = \frac{1}{3}}$$

$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$에서 $\cos\theta<0$ 이므로

$$\boxed{\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

7. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=-4$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_{k+1}-a_k}{a_k a_{k+1}}=\frac{1}{n}$$

을 만족시킨다. a_{13}의 값은? [3점]

① -9　② -7　③ -5　④ -3　⑤ -1

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_{k+1}-a_k}{a_k a_{k+1}} = \frac{1}{n}$$

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}\right) = \frac{1}{n}$$

$$\frac{1}{a_1} - \cancel{\frac{1}{a_2}}$$
$$\cancel{\frac{1}{a_2}} - \cancel{\frac{1}{a_3}}$$
$$\vdots$$
$$+)\ \cancel{\frac{1}{a_n}} - \frac{1}{a_{n+1}}$$

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{1}{a_{n+1}} = -\frac{1}{4} - \frac{1}{n} = -\frac{n+4}{4n}$$

$$\therefore \boxed{a_{n+1} = -\frac{4n}{n+4}}$$

$n=12$ 대입;

$$a_{13} = -\frac{4\times 12}{16} = \boxed{-3}$$

주기 $\frac{2}{b}$

8. 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=1$$

$=f'(0)$ $f'(1)$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$\boxed{f(0)=f(1)=0,\ f'(0)=f'(1)=1}$

$f'(x)=3px(x-1)+1$

$=3px^2-3px+1$

$f(x)=px^3-\frac{3}{2}px^2+x \quad (f(0)=0)$

$f(1)=p-\frac{3}{2}p+1=0 \Rightarrow \boxed{p=2}$

$f(2)=16-12+2=\boxed{6}$

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=-4t^3+12t^2$$

이다. 시각 $t=k$에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시각 $t=3k$에서 $t=4k$까지 점 P가 움직인 거리는? (단, k는 상수이다.) [4점]

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

$a(t)=-12t^2+24t$

$a(k)=-12k^2+24k=12$

$k^2-2k+1=0$

$\Rightarrow \boxed{k=1}$

$v(t)=-4t^2(t-3)$

$\Rightarrow$ $t=3$ ~ $t=4$ 에서 부호 변화 X

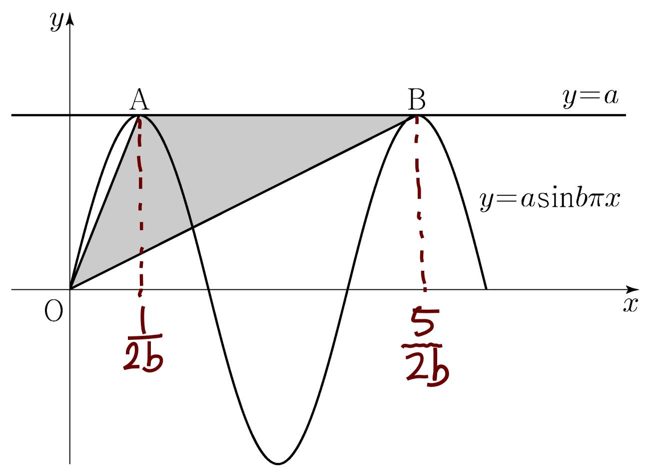
$\int_3^4 |v(t)|dt=\int_3^4(-v(t))dt$

$=\left[t^4-4t^3\right]_3^4$

$=-81+108=\boxed{27}$

10. 두 양수 a, b에 대하여 곡선 $y=a\sin b\pi x\left(0\le x\le \frac{3}{b}\right)$이 직선 $y=a$와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$일 때, $a+b$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



$\triangle OAB=\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{2}{b}=\frac{a}{b}=5$

(OA 기울기) × (OB 기울기)

$=\frac{a}{\frac{1}{2b}}\times\frac{a}{\frac{5}{2b}}=\frac{4a^2b^2}{5}=\frac{5}{4}$

$\boxed{\begin{cases} a=5b \\ a^2b^2=\frac{25}{16}\end{cases}}$

$\Rightarrow 25b^4=\frac{25}{16} \Rightarrow \boxed{b=\frac{1}{2},\ a=\frac{5}{2}}$ $(b>0)$

$\therefore a+b=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=\boxed{3}$

11. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)=2x^3+ax^2+3a+\int_1^x f(t)\,dt$$

를 만족시킨다. $f(1)=\int_0^1 f(t)\,dt$일 때, $a+f(3)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$x=1$; $f(1)=2+4a$

$x=0$; $0=3a+\int_1^0 f(t)dt$

$f(1)=\int_0^1 f(t)dt$

$2+4a=3a$

$\therefore \boxed{a=-2}$

주어진 식의 양변 미분

$f(x)+xf'(x)=6x^2-4x+f(x)$

$f'(x)=6x-4 \quad (x\neq 0)$

$\boxed{f(x)=3x^2-4x+C}$

$f(1)=2+4a=-6$ 이므로

$f(1)=3-4+C=-6$

$\Rightarrow \boxed{C=-5}$

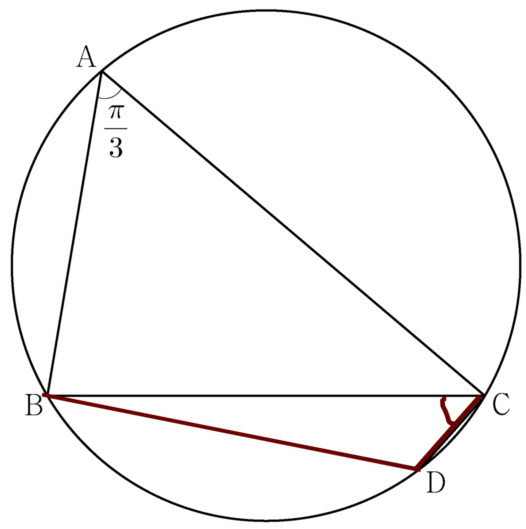
$\therefore a+f(3)=-2+(27-12-5)$

$=-2+10$

$=\boxed{8}$

12. 반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$인 원에 내접하고 $\angle A=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\sin(\angle BCD)=\frac{2\sqrt{7}}{7}$일 때, $\overline{BD}+\overline{CD}$의 값은? [4점]

① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$



△ABC 에서 사인 법칙

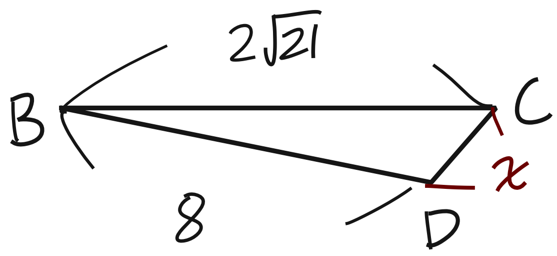
$\frac{\overline{BC}}{\sin A}=4\sqrt{7} \Rightarrow \overline{BC}=4\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\boxed{2\sqrt{21}}$

△BCD 에서 사인 법칙

$\frac{\overline{BD}}{\sin(\angle BCD)}=4\sqrt{7} \Rightarrow \overline{BD}=4\sqrt{7}\times\frac{2\sqrt{7}}{7}$

$=\boxed{8}$



$64=84+x^2-2\cdot 2\sqrt{21}\cdot x\cdot\frac{\sqrt{21}}{7}$

$x^2-12x+20=0$

$(x-10)(x-2)=0 \Rightarrow \boxed{x=2 \text{ or } 10}$

$x=10$ 인 경우 $\angle BDC$: 예각 (X)

↳ $\angle BDC=\frac{2}{3}\pi$

$\therefore \overline{BD}+\overline{DC}=8+2=\boxed{10}$

13. 첫째항이 -45이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d의 값의 합은? [4점]

> (가) $|a_m| = |a_{m+3}|$인 자연수 m이 존재한다.
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k > -100$이다.

① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

$|a_m| = |a_{m+3}|$

$|a+(m-1)d| = |a+(m+2)d|$

$a+(m-1)d = a+(m+2)d \Rightarrow d=0$

or

$a+(m-1)d = -a-(m+2)d$

$\Rightarrow a + \frac{2m+1}{2}d = 0$

$d=0$ 이면 (나) 모순 $(-45-45-\cdots)$

$\therefore \boxed{a + \frac{2m+1}{2}d = 0}$

$a=-45$ 이므로 $d>0$ 이어야 하고

$a_{m+1} = a+md < 0$

$a_{m+2} = a+(m+1)d > 0$ 이므로

$\boxed{\sum a_k \text{는 } n=m+1 \text{ 일 때 최소}}$

$\sum_{k=1}^{m+1} a_k = \frac{m+1}{2}(2a+md)$

$= \frac{m+1}{2}(-90+md) > -100$

$\begin{cases} (m+1)(md-90) > -200 \\ (m+\frac{1}{2})d = 45 \end{cases}$ $\therefore \boxed{48}$

↳ $(1,30), (2,18), (4,10), (7,6), (22,2)$

O O X X X

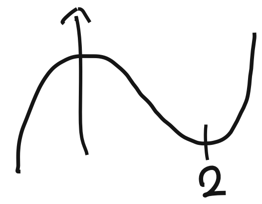
14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=f'(2)=0$인 삼차함수 $f(x)$와 양수 p에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \begin{cases} f(x)-f(0) & (x \le 0) \\ f(x+p)-f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

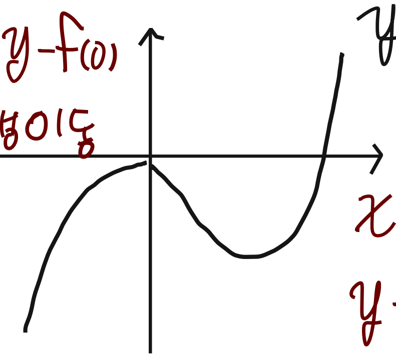
> <보 기>
>
> ㄱ. $p=1$일 때, $g'(1)=0$이다.
>
> ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p의 개수는 1이다.
>
> ㄷ. $p \ge 2$일 때, $\int_{-1}^{1} g(x)dx \ge 0$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$y=f(x)$

$y \Rightarrow y-f(0)$ 평행이동



$y=g(x)$

$x \Rightarrow x-p$
$y \Rightarrow y-f(p)$ 평행이동

ㄱ. $p=1$

$\boxed{g'(1) = f'(2) = 0}$ … $\boxed{(O)}$

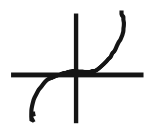
ㄴ. $g(x)$는 $x=0$에서 미분불가 후보

$\lim_{x\to 0-} \frac{g(x)}{x} = 0$ 이므로

$\lim_{x\to 0+} \frac{g(x)}{x} = f'(p) = 0$ 이어야 함

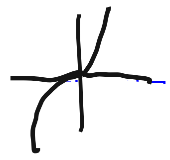
$\therefore \boxed{p=2}$ 만 가능 … $\boxed{(O)}$

ㄷ. $p=2$일 때



$\int_{-1}^{1} g\,dx = 0$

$p>2$일 때



$\int_{-1}^{1} g\,dx > 0$

∴ $\boxed{ㄷ(O)}$

15. 수열 $\{a_n\}$은 $|a_1| \le 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \le a_n < -\frac{1}{2}\right) \quad -1 < a_{n+1} \le 0 \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \le a_n \le \frac{1}{2}\right) \quad -1 \le a_{n+1} \le 1 \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \le 1\right) \quad 0 \le a_{n+1} < 1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$이고 $\sum_{k=1}^{5} a_k > 0$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

$\boxed{\text{i) } -1 \le a_5 < -\frac{1}{2}}$

$a_6 = -2a_5 - 2$

$a_5 + a_6 = -a_5 + 2 = 0$

$\therefore a_5 = 2$ 모순

$\boxed{\text{ii) } -\frac{1}{2} \le a_5 \le \frac{1}{2}}$

$a_6 = 2a_5$

$a_5 + a_6 = 3a_5 = 0$

$\therefore \boxed{a_5 = 0}$

$\boxed{\text{iii) } \frac{1}{2} < a_5 < 1}$

$a_6 = -2a_5 + 2$

$a_5 + a_6 = -a_5 + 2 = 0$

$\therefore a_5 = 2$ 모순

뒷페이지 추가 해설

단답형

16. $\log_2 100 - 2\log_2 5$의 값을 구하시오. [3점]

$\log_2 100 \cdot \frac{1}{5^2}$

$= \log_2 4$

$= \boxed{2}$

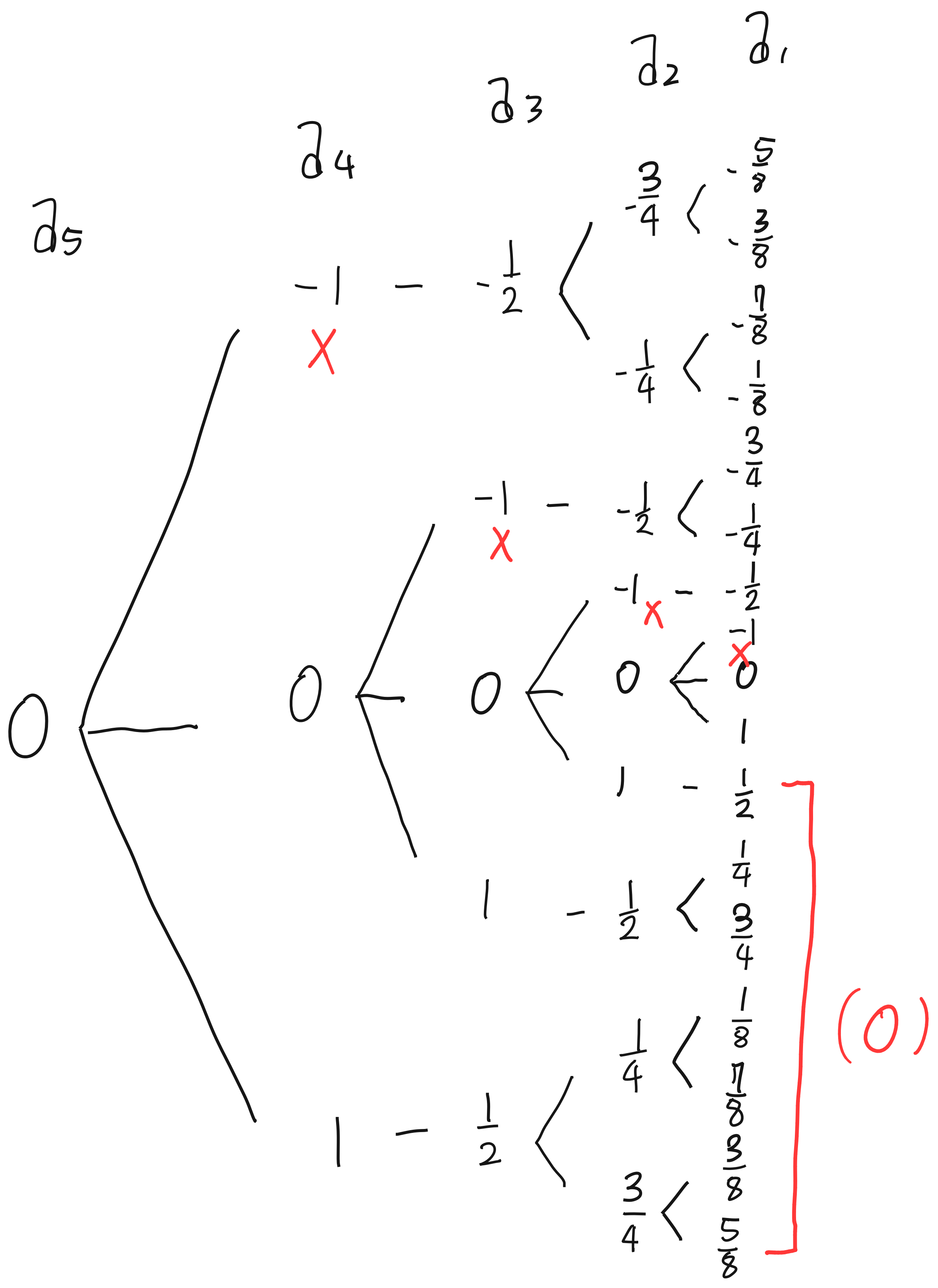
17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 12x^2 + 7$이고 $f(0) = 3$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x) = 2x^4 - 4x^3 + 7x + 3$

$f(1) = 2 - 4 + 7 + 3$

$= \boxed{8}$

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & (-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}) \quad -1 < a_{n+1} \leq 0 \\ 2a_n & (-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}) \quad -1 \leq a_{n+1} \leq 1 \\ -2a_n + 2 & (\frac{1}{2} < a_n \leq 1) \quad 0 \leq a_{n+1} < 1 \end{cases}$$



$$\Sigma = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{8} + \frac{7}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8}$$

$$= \boxed{\frac{9}{2}}$$

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k)=45, \quad \sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k)=3$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}\left(b_k-\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하시오. [3점]

9

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k)=45$$

$$-\ \sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k)=3$$

$$3\sum_{k=1}^{10}b_k=42 \qquad \therefore \sum_{k=1}^{10}b_k=14$$

$$\sum_{k=1}^{10}\left(b_k-\frac{1}{2}\right)=14-\frac{10}{2}$$

$$=\boxed{9}$$

19. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+5x$에서 x의 값이 0에서 4까지 변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$의 값이 같게 되도록 하는 $0<a<4$인 모든 실수 a의 값의 곱은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

11

$$\frac{f(4)-f(0)}{4-0}=f'(a)$$

$$\frac{4^3-6\cdot4^2+5\cdot4}{4}=3a^2-12a+5$$

$$16-24+5=3a^2-12a+5$$

$$3a^2-12a+8=0$$

$$(a\ 값의\ 곱)=\frac{8}{3}$$

$$\therefore p+q=\boxed{11}$$

20. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+10x$에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x)+|f(x)+x|=6x+k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하시오. [4점]

21

$$f(x)+x=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+11x$$

$$=\frac{x}{2}(x^2-9x+22)$$

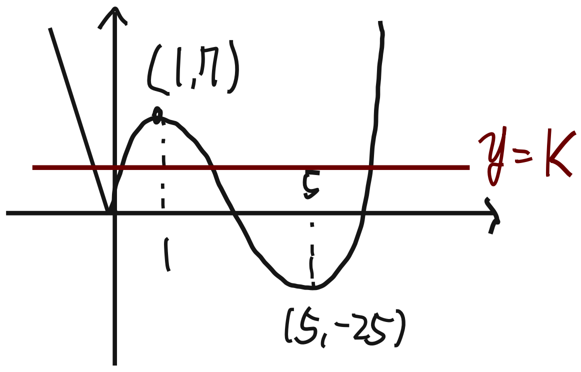
$$D=81-88<0$$

$$\begin{cases} x>0\ ; & 2f(x)+x=6x+k \\ x\le0\ ; & -x=6x+k \end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases} 2f(x)-5x & (x>0) \\ -7x & (x\le0) \end{cases}$$

$$=\begin{cases} x^3-9x^2+15x & (x>0) \\ -7x & (x\le0) \end{cases}$$

$$g'(x)=\begin{cases} 3x^2-18x+15 & (x>0) \\ =3(x-1)(x-5) & \\ -7 & (x\le0) \end{cases}$$



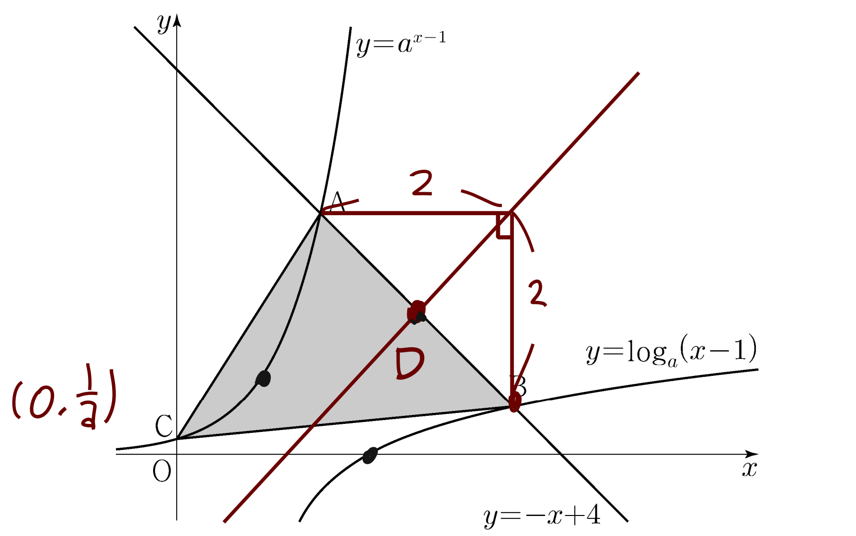
$$k=1,2,\cdots,6 \qquad \therefore \sum k=\boxed{21}$$

21. $a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선

$$y=a^{x-1},\quad y=\log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\text{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오. [4점]

192



$y=a^{x-1}$, $y=\log_a(x-1)$ ⇒ 밑 a 대칭

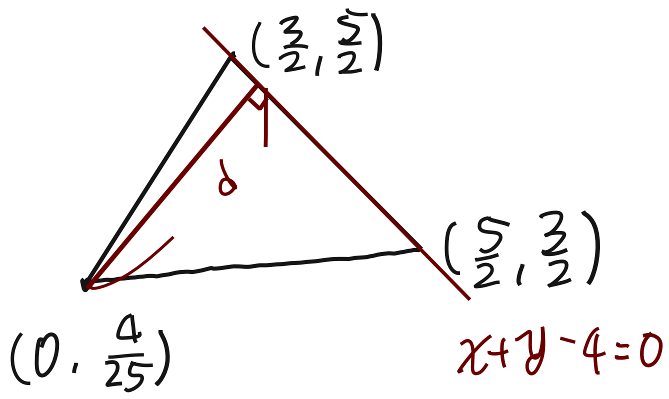
기준점 $(1,1) \leftrightarrow (2,0)$

$\boxed{y=x-1 \text{ 대칭}}$

$\therefore D\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$A\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$, $B\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$

A: $a^{\frac{1}{2}} = \frac{5}{2} \Rightarrow \boxed{a=\frac{25}{4}}$



$d=\frac{\left|\frac{4}{25}-4\right|}{\sqrt{2}}=\frac{96\sqrt{2}}{50}$

$\therefore S=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\frac{96\sqrt{2}}{50}=\boxed{\frac{96}{25}}$

$\therefore 50S=\boxed{192}$

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times\lim_{h\to 0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(나) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$이다.

108

$\lim_{h\to 0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$

$f(x)>0$; $2f'(x)$

$f(x)<0$; $-2f'(x)$

$f(x)=0$; 근방에서 부호 변하면

$\pm\lim_{h\to 0+}\frac{f(x+h)+f(x-h)}{h}=0$

접하면

$\pm\lim_{h\to 0-}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{h}=\pm 2f'(x)=0$

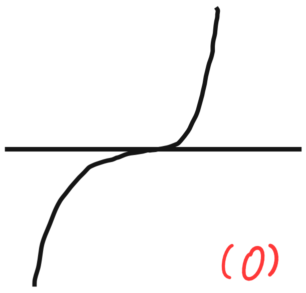
$$\therefore \boxed{g(x)=\begin{cases}2f(x-3)f'(x) & (f(x)>0)\\ 0 & (f(x)=0)\\ -2f(x-3)f'(x) & (f(x)<0)\end{cases}}$$

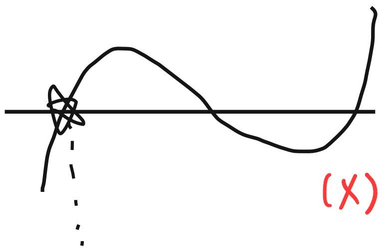
$f(x)=0$일 때 $f(x-3)=0$ or $f'(x)=0$

뒷 페이지 추가 해설

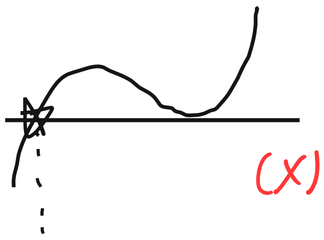
※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

$f(x)=0 \Rightarrow f(x-3)=0$ or $f'(x)=0$

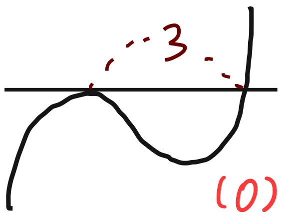


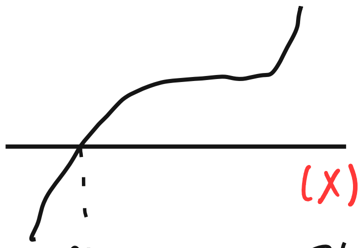


α 에서 성립 X



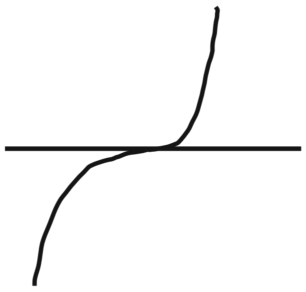
α 에서 성립 X



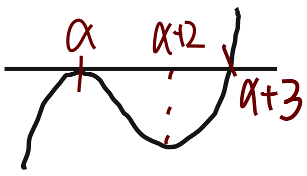


α 에서 성립 X

$g(x)=0$ 실근 4개

i) 

$\underbrace{f(x-3)}_{1}\underbrace{f'(x)}_{1}=0 \Rightarrow$ 2개 X

ii) 

$f(x-3)f'(x)=0$

$\alpha+3,\ \alpha+6,\ \alpha,\ \alpha+2$ → 비율관계

$4\alpha+11=7 \Rightarrow \alpha=-1$

$\therefore f(x)=(x+1)^2(x-2)$

$f(5)=6^2\cdot 3=\boxed{108}$

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계) by 희태

5지선다형

23. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(60, \frac{1}{4}\right)$을 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? [2점]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

$E(X) = 60 \times \frac{1}{4} = 15$

24. 네 개의 수 1, 3, 5, 7 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 a라 하고, 네 개의 수 2, 4, 6, 8 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 b라 하자. $a \times b > 31$일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

$a \times b > 31$

5×8

7×6

7×8

3가지

$\frac{3}{4 \times 4}$

25. $\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 $\frac{1}{x^2}$ 의 계수와 x의 계수가 같을 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{1}{x^2}$의 계수 : ${}_5C_4 \times 1 \times a^4$

x의 계수 : ${}_5C_2 \times 1^2 \times a^3$

$5a^4 = 10a^3$

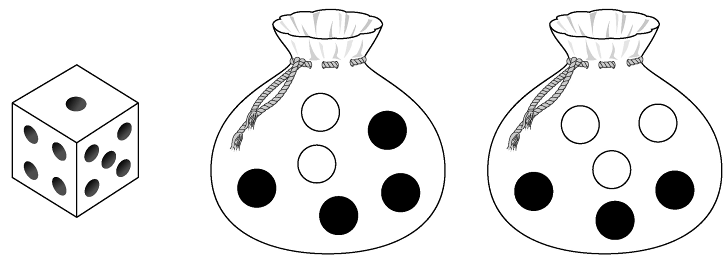
$5a = 10 \quad \therefore a = 2.$

26. 주머니 A에는 흰 공 2개, 검은 공 4개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 3개, 검은 공 3개가 들어 있다. 두 주머니 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 5 이상이면 → 5/6 ⇒ $\frac{2}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$
> 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내고,
> 나온 눈의 수가 4 이하이면 → 1,2,3,4 ⇒ $\frac{4}{6} = \boxed{\frac{2}{3}}$
> 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 주머니에서 꺼낸 2개의 공이 모두 흰색일 때, 나온 눈의 수가 5 이상일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{5}{14}$ ⑤ $\frac{3}{7}$



A B

i) 눈의수가 5 이상일 경우

$\frac{1}{3} \times \frac{{}_2C_2}{{}_6C_2} = \frac{1}{45}$

흰공 2개 중 2개 뽑기

전체경우

ii) 눈의수가 4이하일 경우

$\frac{2}{3} \times \frac{{}_3C_2}{{}_6C_2} = \frac{6}{45}$

흰공 3개중 2개

전체

① $= \dfrac{\frac{1}{45}}{\frac{1}{45} + \frac{6}{45}} = \frac{1}{7}$

27. 지역 A에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 X, 지역 B에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 Y라 하자. 두 확률변수 X, Y는 정규분포를 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 두 확률변수 X, Y의 평균은 각각 220과 240이다.
>
> (나) 확률변수 Y의 표준편차는 확률변수 X의 표준편차의 1.5배이다.

지역 A에 살고 있는 성인 중 임의추출한 n명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{X}$, 지역 B에 살고 있는 성인 중 임의추출한 $9n$명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자. $\mathrm{P}(\overline{X} \le 215) = 0.1587$일 때, $\mathrm{P}(\overline{Y} \ge 235)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 물 사용량의 단위는 L이다.) [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.8185 ④ 0.8413 ⑤ 0.9772

(나) ⇒ X의 표준편차 σ
Y의 표준편차 $\frac{3}{2}\sigma$

$P(\overline{X} \le 215) = P\left(Z \le \frac{215-220}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right)$

$= P\left(Z \le -\frac{5}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 0.1587 = 0.5 - 0.3413$ $=1$

$P(\overline{Y} \ge 235) = P\left(Z \ge \frac{235-240}{\frac{\frac{3}{2}\sigma}{3\sqrt{n}}}\right)$

$= P\left(Z \ge \frac{-5}{\frac{1}{2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = P(Z \ge -2) = 0.9772$ $=5$

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \to X$의 개수는? [4점]

> (가) $f(3) + f(4)$는 5의 배수이다.
>
> (나) $f(1) < f(3)$이고 $f(2) < f(3)$이다.
>
> (다) $f(4) < f(5)$이고 $f(4) < f(6)$이다.

① 384 ② 394 ③ 404 ④ 414 ⑤ 424

f(3) f(4)
1 4 → (나)조건 모순
f(1), f(2)의 경우 f(5), f(6)의 경우
2 3 → (1×1) × (3×3) = 9
3 2 → (2×2) × (4×4) = 64
4 1 → (3×3) × (5×5) = 225
4 6 → (다)조건 모순
5 5 → (4×4) × (1×1) = 16
6 4 → (5×5) × (2×2) = 100

9+64+225+16+100
= 414

단답형

29. 두 이산확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X=5에 대칭

X	1	3	5	7	9	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	b	a	1

Y	1	3	5	7	9	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	$a+\frac{1}{20}$	b	$c-\frac{1}{10}$	b	$a+\frac{1}{20}$	1

$\mathrm{V}(X)=\frac{31}{5}$ 일 때, $10\times\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오. [4점]

78

$E(X)=5$, $E(Y)=5$

$V(X)=E(X^2)-\{\underbrace{E(X)}_{5}\}^2=\frac{31}{5}$

$E(X^2)=a+9b+25c+49b+81a$

$=82a+58b+25c$

$V(X)=(82a+58b+25c)-25=\frac{31}{5}$

$V(Y)=E(Y^2)-\{\underbrace{E(Y)}_{5}\}^2$

$E(Y^2)=(a+\frac{1}{20})+9b+25(c-\frac{1}{10})+49b+81(a+\frac{1}{20})$

$=82a+58b+25c+\frac{8}{5}$

$V(Y)=(82a+58b+25c+\frac{8}{5})-25$

$=\underbrace{(82a+58b+25c-25)}_{=V(X)=\frac{31}{5}}+\frac{8}{5}$

$=\frac{31}{5}+\frac{8}{5}=\frac{39}{5}$ $\therefore 10\times\frac{39}{5}$

$=78$

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 사인펜 14개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]

218

(가) 각 학생은 1개 이상의 사인펜을 받는다.

(나) 각 학생이 받는 사인펜의 개수는 9 이하이다.

(다) 적어도 한 학생은 짝수 개의 사인펜을 받는다. → 여사건 (모두 홀수개의 사인펜)

전체 (가∧나)

$a+b+c+d=14$ $a'+b'+c'+d'=10$

$a=a'+1$ (by 가) (단, $0\le a',b',c',d'\le 8$) (by 나)

$\vdots$

$d=d'+1$

전체: ${}_4H_{10}-(\underbrace{4\times{}_3H_1}_{\text{4개중 하나가 9일때}}+\underbrace{4\times{}_3H_0}_{\text{4개중 하나가 10일때}})=270$

여사건: $a+b+c+d=14$

$a=2a''+1$ $a''+b''+c''+d''=5$

$\vdots$ (단, $0\le a'',b'',c'',d''\le 4$)

$d=2d''+1$ by (가)&(나)

${}_4H_5-\underbrace{4\times{}_3H_0}_{\text{4개중 하나가 5일때}}=52$

㉮ $=270-52$

$=218$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

by 익성 :)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{2\times3^{n+1}+5}{3^n+2^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

24. $2\cos\alpha=3\sin\alpha$ 이고 $\tan(\alpha+\beta)=1$ 일 때, $\tan\beta$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$\tan\alpha = 2/3$

$1=\frac{\frac{2}{3}+\tan\beta}{1-\frac{2}{3}\tan\beta}$ $\therefore \tan\beta=\frac{1}{5}$.

25. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=e^{t}-4e^{-t},\quad y=t+1$$

에서 $t=\ln 2$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

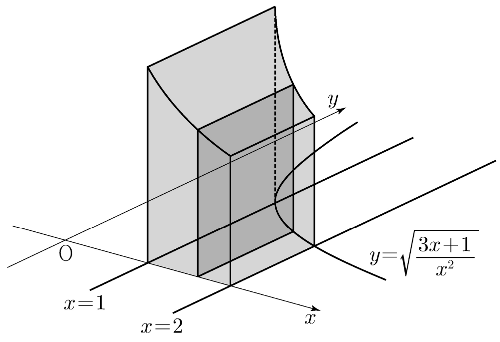
① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

$\frac{dy}{dt}=1$, $\frac{dx}{dt}=e^{t}+4e^{-t}$

$\therefore \left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=\ln 2}=\frac{1}{2+4\cdot\frac{1}{2}}$

$=\frac{1}{4}$

26. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{\frac{3x+1}{x^2}}\ (x>0)$과 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는? [3점]



① $3\ln 2$ ② $\frac{1}{2}+3\ln 2$ ③ $1+3\ln 2$

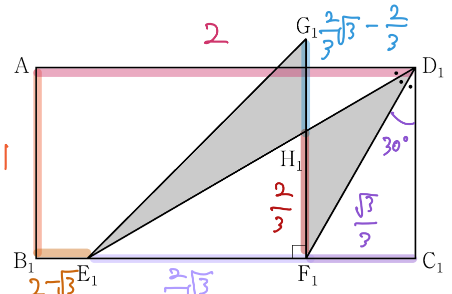
④ $\frac{1}{2}+4\ln 2$ ⑤ $1+4\ln 2$

$\int_{1}^{2}\frac{3x+1}{x^2}dx=\left[3\ln|x|-\frac{1}{x}\right]_{1}^{2}$

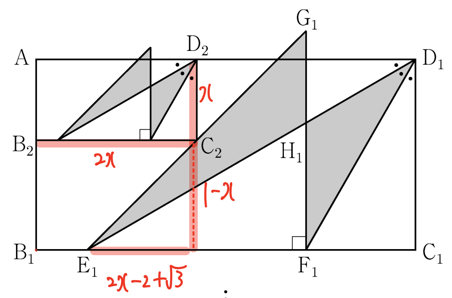
$=3\ln 2+\frac{1}{2}$

27. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$인 직사각형 $AB_1C_1D_1$이 있다. $\angle AD_1C_1$을 삼등분하는 두 직선이 선분 B_1C_1과 만나는 점 중 점 B_1에 가까운 점을 E_1, 점 C_1에 가까운 점을 F_1이라 하자. $\overline{E_1F_1}=\overline{F_1G_1}$, $\angle E_1F_1G_1=\frac{\pi}{2}$이고 선분 AD_1과 선분 F_1G_1이 만나도록 점 G_1을 잡아 삼각형 $E_1F_1G_1$을 그린다.
선분 E_1D_1과 선분 F_1G_1이 만나는 점을 H_1이라 할 때, 두 삼각형 $G_1E_1H_1$, $H_1F_1D_1$로 만들어진 ◸◿ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 AB_1 위의 점 B_2, 선분 E_1G_1 위의 점 C_2, 선분 AD_1 위의 점 D_2와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2}:\overline{B_2C_2}=1:2$인 직사각형 $AB_2C_2D_2$를 그린다. 직사각형 $AB_2C_2D_2$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 ◸◿ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]

R_1



R_2



⋮ ⋮

① $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{18}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{18}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

$S_1 = \frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{3}-2}{3}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{6-\sqrt{3}}{9}.$

$2x-2+\sqrt{3}=1-x$ $\therefore x = 1-\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore$ 공비 : $\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{4-2\sqrt{3}}{3}$

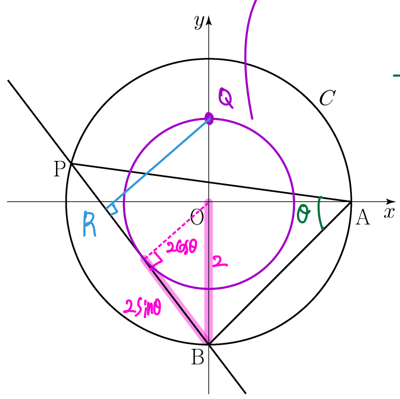
$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\frac{6-\sqrt{3}}{9}}{1-\left(\frac{4-2\sqrt{3}}{3}\right)}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$

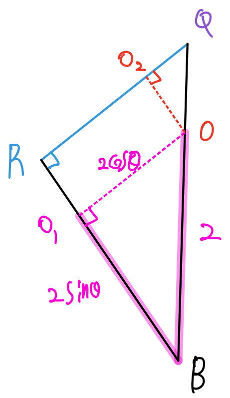
28. 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C와 두 점 $A(2, 0)$, $B(0, -2)$가 있다. 원 C 위에 있고 x좌표가 음수인 점 P에 대하여 $\angle PAB=\theta$라 하자. 점 $Q(0, 2\cos\theta)$에서 직선 BP에 내린 수선의 발을 R라 하고, 두 점 P와 R 사이의 거리를 $f(\theta)$라 할 때, $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\theta)d\theta$의 값은? [4점]

① $\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}-3}{2}$

$x^2+y^2=4\cos^2\theta.$

$\frac{\overline{BP}}{\sin\theta}=2\cdot 2$





$\triangle OO_1B \backsim \triangle OO_2Q$

$\therefore \overline{OO_2}=2\sin\theta\cos\theta$
$=\sin 2\theta$

$\therefore f(\theta)=2\sin\theta-\sin2\theta$

$\therefore \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\theta)d\theta=\left[-2\cos\theta+\frac{1}{2}\cos2\theta\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}$

$=\sqrt{3}-\frac{3}{2}.$

단답형

29. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\{f(x)+2\}e^{f(x)}$이 다음 조건을 만족시킨다.

미분가능한 함수

(가) $f(a)=6$인 a에 대하여 $g(x)$는 $x=a$에서 최댓값을 갖는다.

$g'(a)=0$

(나) $g(x)$는 $x=b$, $x=b+6$에서 최솟값을 갖는다.

방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 두 실근을 α, β라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$의 값을 구하시오. (단, a, b는 실수이다.) [4점]

24

$g'(x)=f'(x)e^{f(x)}\cdot\{f(x)+3\}$

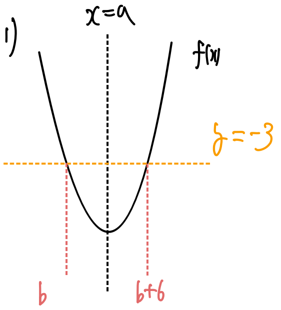
$g'(a)=f'(a)e^{f(a)}\cdot\{f(a)+3\}$

$=9f'(a)\cdot e^{f(a)}$ $\quad\therefore f'(a)=0.$

$g'(x)$의 부호 변화는 $f'(x)$와 $\{f(x)+3\}$이 결정.

$f(x)-(-3)$

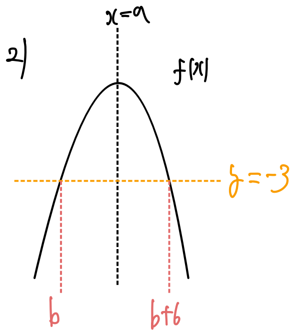
1)



$f(a)=f(b+3)<-3<6.$

$\therefore$ 모순.

2)



$g(x)$는 $x=b$, $b+6$에서 극소이자 최소이며

$x=a$ 에서 극대이자 최대!

즉, $f(x)=p(x-b)(x-b-6)-3 \quad (p<0)$

$f(b+3)=-9p-3=6 \quad \therefore p=-1$

$f(x)=-(x-b)(x-b-6)-3$

$=-x^2+(2b+6)x-b^2-6b-3$

$\therefore \alpha+\beta=2b+6$

$\alpha\beta=b^2+6b+3$ $\longrightarrow$ $(\alpha-\beta)^2=(2b+6)^2-4(b^2+6b+3)$

$=24.$

30. 최고차항의 계수가 9인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\pi\times f(x))}{x}=0$ $\longrightarrow$ $f(0)$은 정수.

(나) $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 곱은 5이다.

함수 $g(x)$는 $0\le x<1$일 때 $g(x)=f(x)$이고 모든 실수 x에 대하여 $g(x+1)=g(x)$이다. 필요충분조건 $\longrightarrow$ $f(0)=f(1)$

$g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\displaystyle\int_0^5 xg(x)\,dx=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

115

$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\pi f(x))}{x}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(\pi f(x))}{\pi f(x)}\times\frac{\pi f(x)}{x}\right)$

$\displaystyle=\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\pi f(x))}{\pi f(x)}\times\lim_{x\to 0}\frac{\pi f(x)}{x}$

$=1\times f'(0)$

$=0.$

$f'(x)=27x(x-a)$ $\qquad f(x)=9x^3-\frac{27}{2}ax^2+c$

$f(a)\times f(0)=\left(c-\frac{9}{2}a^3\right)\times c=5.$ $\qquad c=c+9-\frac{27}{2}a$ $\qquad\therefore a=\frac{2}{3}.$

$\therefore c=3 \quad (\because c는 정수)$

$\displaystyle\int_0^5 xg(x)dx=\sum_{n=1}^{5}\int_{n-1}^{n}xf(x-n+1)dx$

$\displaystyle=\int_0^1\sum_{i=1}^{5}(x-i+1)f(x)dx$

$\displaystyle=\int_0^1(5x+10)(9x^3-9x^2+3)dx$

$\displaystyle=\int_0^1(45x^4+45x^3-90x^2+15x+30)dx$

$=\frac{111}{4}.$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

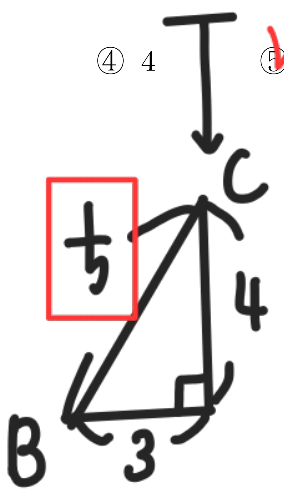
by 상우

5지선다형

23. 좌표공간의 점 A$(3,\ 0,\ -2)$를 xy평면에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하자. 점 C$(0,\ 4,\ 2)$에 대하여 선분 BC의 길이는? [2점]

(3, 0, 2)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



5

24. 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{16}=1$의 점근선 중 하나의 기울기가 3일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\dfrac{4}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{3}$

$\dfrac{\sqrt{16}}{a}=\dfrac{4}{a}=3$

$\Rightarrow a=\dfrac{4}{3}$

4

25. 좌표평면에서 세 벡터

$$\vec{a}=(3,\,0),\quad \vec{b}=(1,\,2),\quad \vec{c}=(4,\,2)$$

에 대하여 두 벡터 $\vec{p}$, $\vec{q}$가

$$\underline{\vec{p}\cdot\vec{a}=\vec{a}\cdot\vec{b}}_{①},\quad \underline{|\vec{q}-\vec{c}|=1}_{②}$$

을 만족시킬 때, $|\vec{p}-\vec{q}|$의 최솟값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

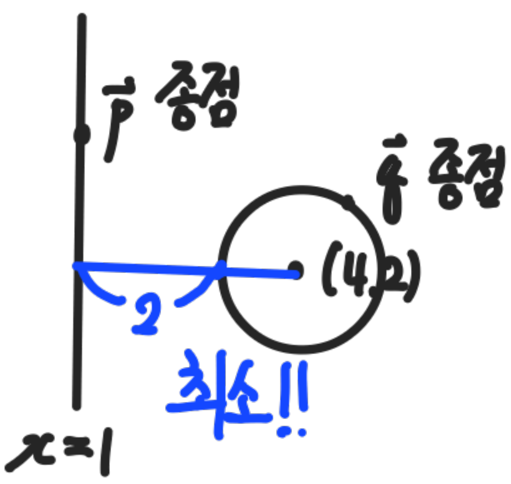
① $\vec{p}\cdot(3,0)=(3,0)\cdot(1,2)$ 2

⇒ $\vec{p}\cdot(3,0)=3$

⇒ $\vec{p}=(1,y)$

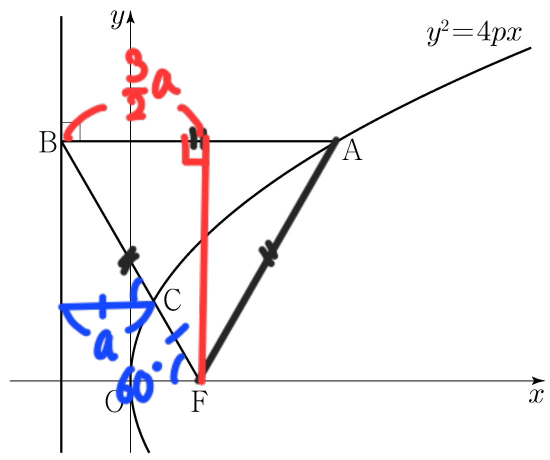
② $|\vec{q}-\vec{c}|=1$

⇒ $\vec{q}=(a,b)$ s.t $(a,b) \overset{\text{거리 } 1}{—} (4,2)$



26. 초점이 F인 포물선 $y^2=4px$ 위의 한 점 A에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 B라 하고, 선분 BF와 포물선이 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB}=\overline{BF}$이고 $\overline{BC}+3\overline{CF}=6$일 때, 양수 p의 값은? [3점]

① $\frac{7}{8}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{9}{10}$ ④ $\frac{10}{11}$ ⑤ $\frac{11}{12}$



3

① ABF 정삼각형

② $\overline{CF}=a$

⇒ $\overline{BC}+3\overline{CF}=2a+3a=6$

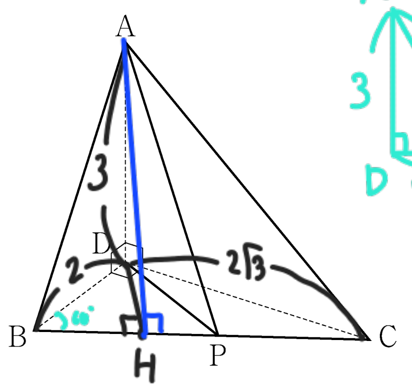
⇒ $a=\frac{6}{5}$

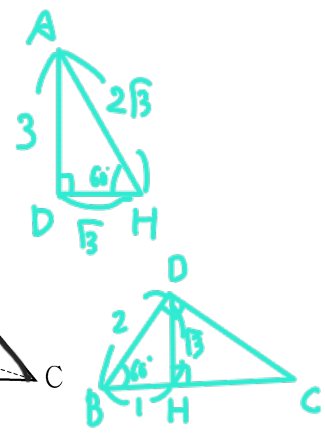
③ $\frac{3}{4}a=p=\frac{3}{4}\times\frac{6}{5}=\frac{9}{10}$ //

27. 그림과 같이 $\overline{AD}=3$, $\overline{DB}=2$, $\overline{DC}=2\sqrt{3}$ 이고

$\angle ADB = \angle ADC = \angle BDC = \frac{\pi}{2}$ 인 사면체 ABCD가 있다.

선분 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{AP}+\overline{DP}$ 의 최솟값은? [3점]





① $3\sqrt{3}$　② $\frac{10\sqrt{3}}{3}$　③ $\frac{11\sqrt{3}}{3}$
④ $4\sqrt{3}$　⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{3}$

① D에서 BC에 내린 수선의 발 H

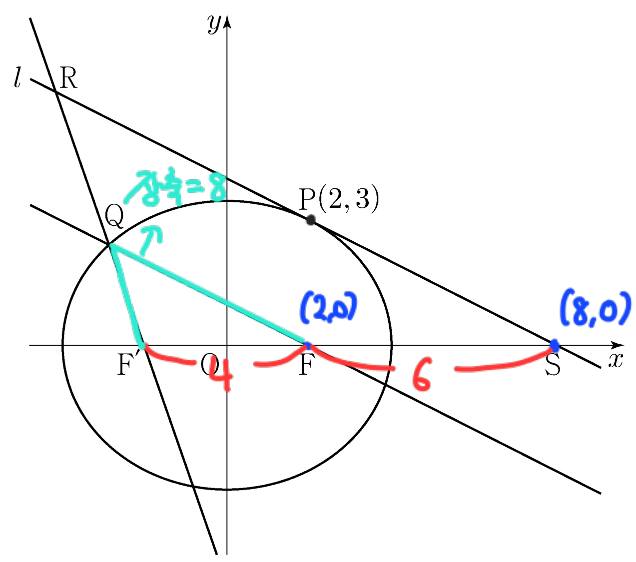
② A에서 BC에 내린 수선의 발 H (∵ 삼수선의 정리)

③ $\overline{DP} \ge \overline{DH}$, $\overline{AP} \ge \overline{AH}$

∴ $\overline{AP}+\overline{DP} \ge \overline{AH}+\overline{DH}$

④ $\overline{AH}+\overline{DH} = 3\sqrt{3}$ //

28. 그림과 같이 두 점 F($\cancel{c}$ 2, 0), F$'$($-\cancel{c}$ 2, 0) $(c>0)$을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ 장축 8 위의 점 P(2, 3)에서 타원에 접하는 직선을 l이라 하자. 점 F를 지나고 l과 평행한 직선이 타원과 만나는 점 중 제2사분면 위에 있는 점을 Q라 하자.
두 직선 F$'$Q와 l이 만나는 점을 R, l과 x축이 만나는 점을 S라 할 때, 삼각형 SRF$'$의 둘레의 길이는? [4점]



① 30　② 31　③ 32　④ 33　⑤ 34

① QF$'$F ∽ RF$'$S

② l: $\frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1$ → S(8,0)

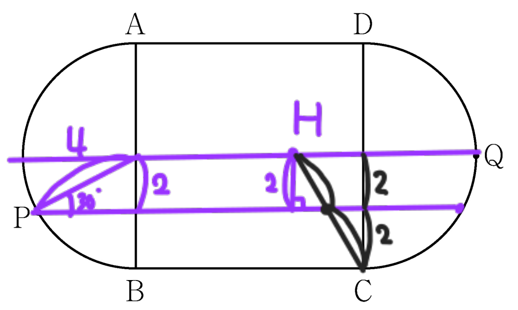
③ 닮음비 4:10

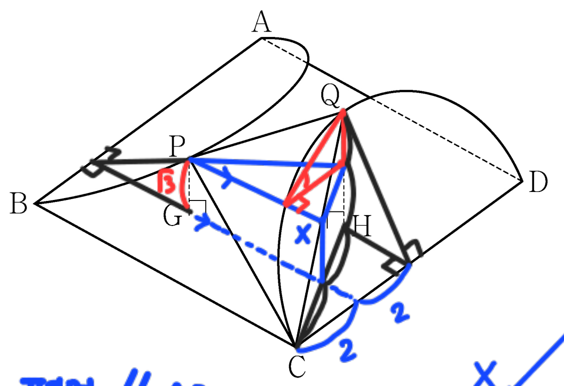
④ QF$'$F 둘레 = 4+8 = 12 (타원정의)

→ RF$'$S 둘레 = $12 \times \frac{10}{4} = 30$ //

단답형

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에 두 선분 AB, CD를 각각 지름으로 하는 두 반원이 붙어 있는 모양의 종이가 있다. 반원의 호 AB의 삼등분점 중 점 B에 가까운 점을 P라 하고, 반원의 호 CD를 이등분하는 점을 Q라 하자.
이 종이에서 두 선분 AB와 CD를 접는 선으로 하여 두 반원을 접어 올렸을 때 두 점 P, Q에서 평면 ABCD에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면 두 점 G, H는 정사각형 ABCD의 내부에 놓여 있고, $\overline{PG}=\sqrt{3}$, $\overline{QH}=2\sqrt{3}$이다. 두 평면 PCQ와 ABCD가 이루는 각의 크기가 θ일 때, $70\times\cos^2\theta$의 값을 구하시오.
(단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]

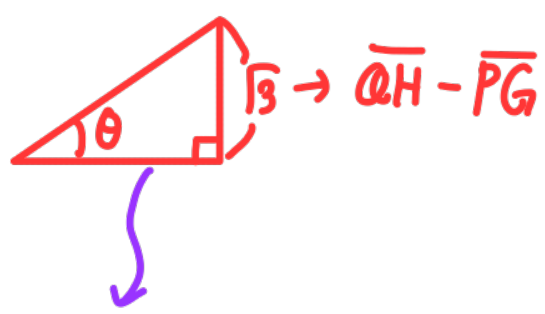




① △평면 // ABCD

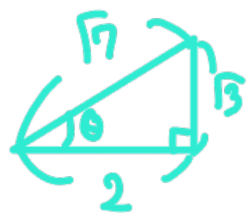
⇒ △평면과 평면 QPC가 이루는 각 θ

②



③ 2

④



$\cos\theta=\frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \cos^2\theta=\frac{4}{7}$

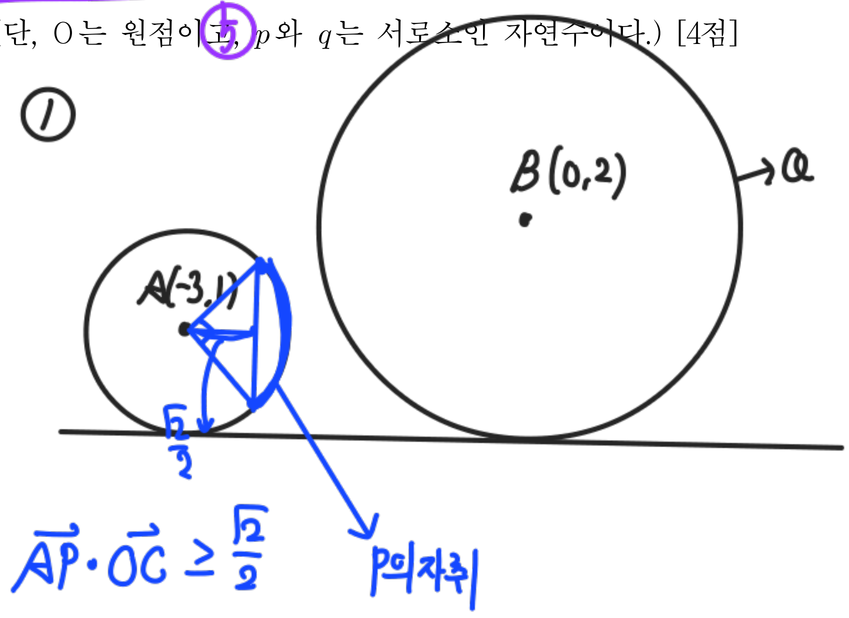
$\boxed{\therefore 40}$

30. 좌표평면에서 세 점 A$(-3, 1)$, B$(0, 2)$, C$(1, 0)$에 대하여 두 점 P, Q가

$$|\overrightarrow{AP}|=1,\quad |\overrightarrow{BQ}|=2,\quad \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{OC} \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$$

를 만족시킬 때, $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}$의 값이 최소가 되도록 하는 두 점 P, Q를 각각 P_0, Q_0이라 하자.
선분 AP_0 위의 점 X에 대하여 $\overrightarrow{BX}\cdot\overrightarrow{BQ_0} \ge 1$일 때, $|\overrightarrow{Q_0X}|^2$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

①



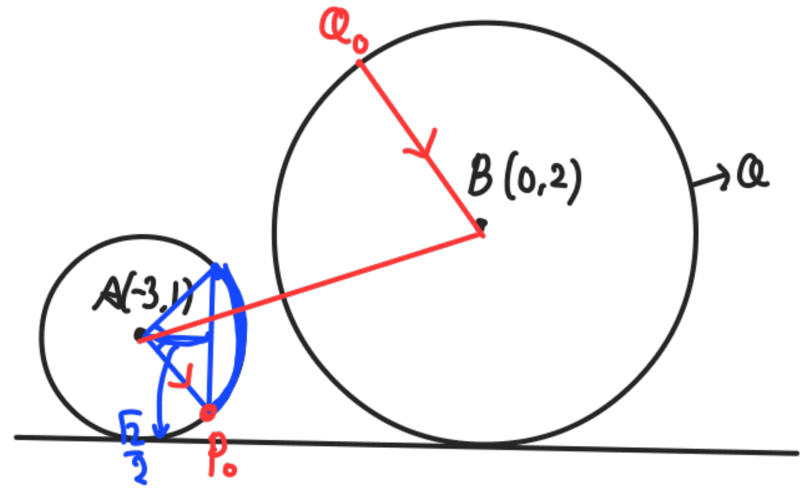
② $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{OC} \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$

③ $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AP}\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BQ})$

$= \underbrace{\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}}_{} + \underbrace{\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BQ}}_{}$

AB에 떨어지는 P의 정사영 관찰

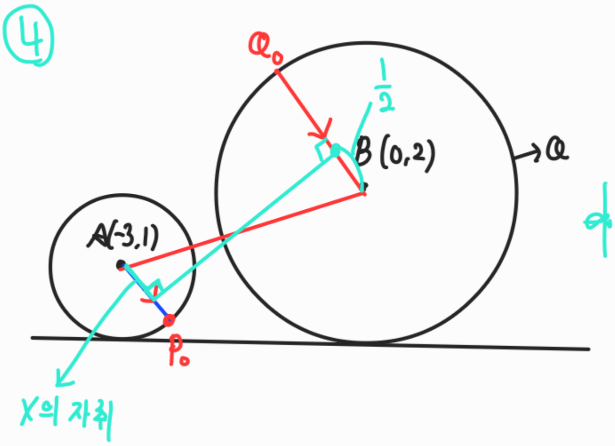
BQ와 AP가 역방향일 때 최소



※ 확인 사항

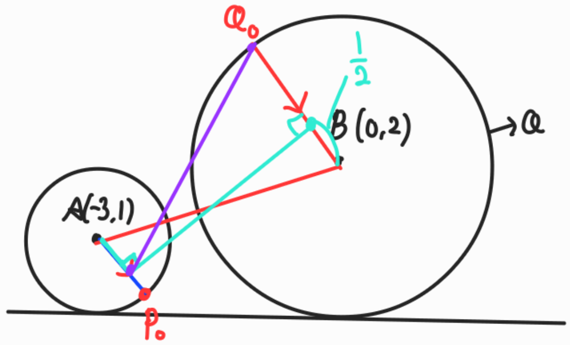
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

④

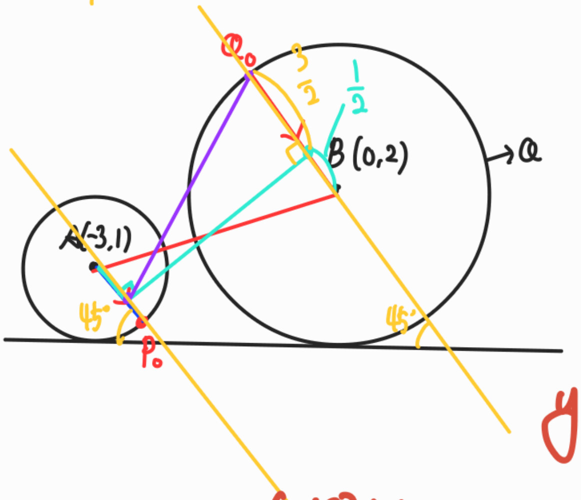


수선의 발이
선분 AP_0 위에 떨어지는지
시험장에서 확인할 필요 X

⑤ $|\overrightarrow{Q_0X}|^2$의 최대?

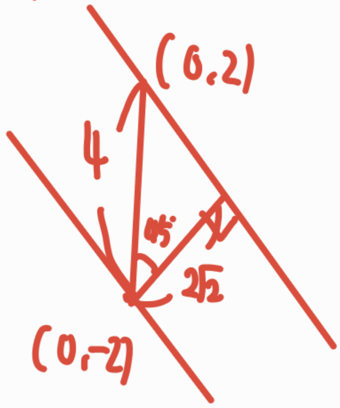


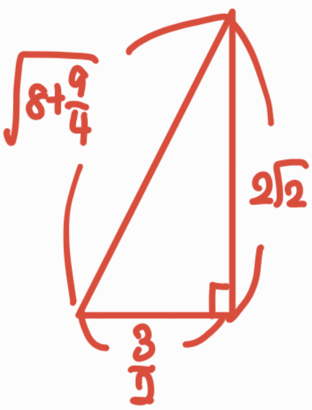
⑥ 계산



$y = -x + 2$

$y = -(x+3) + 1$
$= -x - 2$
$\Rightarrow$





$\boxed{\therefore \frac{41}{4}}$