



서울권 수학교육과 연합 동아리
SUM 소모임 해장 고3팀 주관

theme 1. 이차곡선의 특이점

.

1. 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 과 두 점 A (4, 0), B (0, -3)이 있다. 이 타원 위의 점 P에 대하여 삼각형 ABP의 넓이가 k가 되도록 하는 점 P의 개수가 3일 때, 상수 k의 값은?

2023 사관 25

- ① $3\sqrt{2}-3$
- ② $6\sqrt{2}-7$
- ③ $3\sqrt{2}-2$
- ④ $6\sqrt{2}-6$
- ⑤ $6\sqrt{2}-5$

.

2. 좌표평면에서 직선 $y=2x-3$ 위를 움직이는 점 P가 있다. 두 점 A (c, 0), B (-c, 0) ($c > 0$)에 대하여 $\overline{PB} - \overline{PA}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P의 좌표가 (3, 3)일 때, 상수 c의 값은?

2023 6월 28

- ① $\frac{3\sqrt{6}}{2}$
- ② $\frac{3\sqrt{7}}{2}$
- ③ $3\sqrt{2}$
- ④ $\frac{9}{2}$
- ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

3. 좌표평면에서 두 점 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 직사각형의 넓이의 최댓값은?

직사각형 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값은 점 P 의 좌표가 $(0, 6)$ 일 때 최대이고 $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ 일 때 최소이다.

- ① $\frac{200}{19}$ ② $\frac{210}{19}$ ③ $\frac{220}{19}$ ④ $\frac{230}{19}$ ⑤ $\frac{240}{19}$

2020 9월 21

4. 좌표평면 위에 타원 $E: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 와 두 점 $A(4, 0)$, $B(0, -2)$ 가 있다. 실수 $t(0 < t \leq 9)$ 에 대하여 함수 $f(t)$ 를 집합 $\{X \mid X \text{는 타원 } E \text{ 위의 점이고, 삼각형 } ABX \text{의 넓이는 } t \text{이다.}\}$ 의 원소의 개수라 할 때, $f(1) + f(9)$ 의 값을 구하시오.

2021 문참시 자작문제

theme 2. 벡터, 그 중점의 자취

•

5. 좌표평면에서 넓이가 9인 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA 위를 움직이는 점을 각각 P, Q, R라 할 때,

$$\overrightarrow{AX} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AR}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AQ}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

2019 수능 29

•

6. 좌표평면에서 곡선 $C: y = \sqrt{8-x^2}$ ($2 \leq x \leq 2\sqrt{2}$) 위의 점 P에 대하여 $\overline{OQ} = 2$, $\angle POQ = \frac{\pi}{4}$ 를 만족시키고 직선 OP의 아랫부분에 있는 점을 Q라 하자.
점 P가 곡선 C 위를 움직일 때, 선분 OP 위를 움직이는 점 X와 선분 OQ 위를 움직이는 점 Y에 대하여

$$\overrightarrow{OZ} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OX} + \overrightarrow{OY}$$

를 만족시키는 점 Z가 나타내는 영역을 D라 하자.
영역 D에 속하는 점 중에서 y축과의 거리가 최소인 점을 R라 할 때, 영역 D에 속하는 점 Z에 대하여 $\overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OZ}$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 $a+b\sqrt{2}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, a와 b는 유리수이다.)

2020 6월 29

7. $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{AC} = 7$ 인 삼각형 ABC가 있다. 이때, $\angle AXC = \frac{\pi}{3}$ 을 만족시키는 점 X의 자취 위에 존재하는 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여 $\overline{BC} \cdot \overline{PQ}$ 의 최댓값은?

2022-1 해장 자작문제

- ① $20 + \frac{70\sqrt{3}}{3}$ ② $20 + 20\sqrt{3}$ ③ $20 + \frac{50\sqrt{3}}{3}$
④ $20 + \frac{40\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $20 + 10\sqrt{3}$

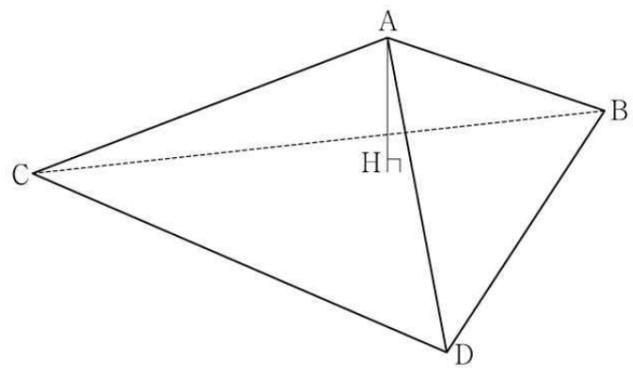
theme 3. 정사영을 통한 이면각의 추론

•

•

8. 한 변의 길이가 12인 정삼각형 BCD 를 한 면으로 하는 사면체 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 평면 BCD 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 점 H 는 삼각형 BCD 의 내부에 놓여 있다. 삼각형 CDH 의 넓이는 삼각형 BCH 의 넓이의 3배, 삼각형 DBH 의 넓이는 삼각형 BCH 의 넓이의 2배이고 $\overline{AH}=3$ 이다. 선분 BD 의 중점을 M, 점 A 에서 선분 CM 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, 선분 AQ 의 길이는?

2019 수능 19



- ① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$

9. 좌표공간에서 y 축을 포함하는 평면 α 에 대하여 중심이 $A(5, 0, \sqrt{22})$ 이고 반지름의 길이가 5인 구와 xy 평면이 만나서 생기는 원을 C_1 , yz 평면이 만나서 생기는 원을 C_2 라 하자. 두 원 C_1, C_2 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이가 S 로 같을 때, S 의 값은?

2014 9월 B 19번 변형

- ① $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{7\sqrt{10}}{10}$
 ④ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$

10. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정육각형 ABCDEF와 정육각형의 각 변의 중점을 중심으로 하고 지름의 길이가 $\sqrt{14}$ 인 반원이 6개 존재한다. 이때, 각 반원이 이웃한 반원과 접하도록 정육각형 ABCDEF의 각 변을 접는 선으로 하여 접었을 때의 접점을 각각 A', B', C', D', E', F' 이라 하자. 평면 ABCDEF와 평면 $A'BC'$ 이 이루는 각의 크기를 $\theta(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ 라 할 때, $\cos^2\theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다)

2022-1 해장 자작문제

