

제 2 교시

수학 영역 **KSM**

5지선다형

1. $(3^{2+\sqrt{2}})^{2-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

2. $\frac{\log_4 64}{\log_4 8}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 $\frac{5}{12}\pi$ 인 부채꼴의 넓이는? [2점]

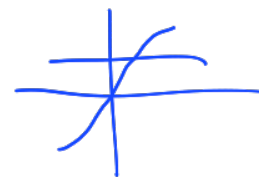
- ① $\frac{10}{3}\pi$ ② $\frac{11}{3}\pi$ ③ 4π ④ $\frac{13}{3}\pi$ ⑤ $\frac{14}{3}\pi$

$$S = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \frac{5}{12}\pi = \frac{10}{3}\pi$$

4. $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 일 때, 방정식 $2\sin x - 1 = 0$ 의 해는? [3점]

- ① $-\frac{\pi}{3}$ ② $-\frac{\pi}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{\pi}{6}$ ⑤ $\frac{\pi}{3}$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$



5. 다음은 상용로그표의 일부이다.

수	...	7	8	9
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
5.97760	.7767	.7774
6.07832	.7839	.7846
6.17903	.7910	.7917

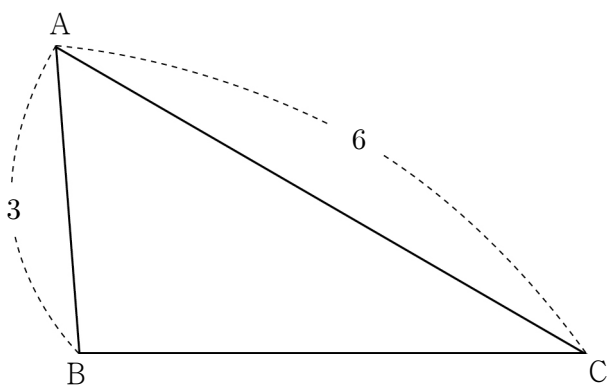
위의 표를 이용하여 $\log 619$ 의 값을 구한 것은? [3점]

- ① 1.7910 ② 1.7917 ③ 2.7903 ④ 2.7917 ⑤ 3.7903

$$\begin{aligned} \log 619 &= \log(6.19 \times 100) \\ &= \log 6.19 + 2 \\ &= 2.7917 \end{aligned}$$

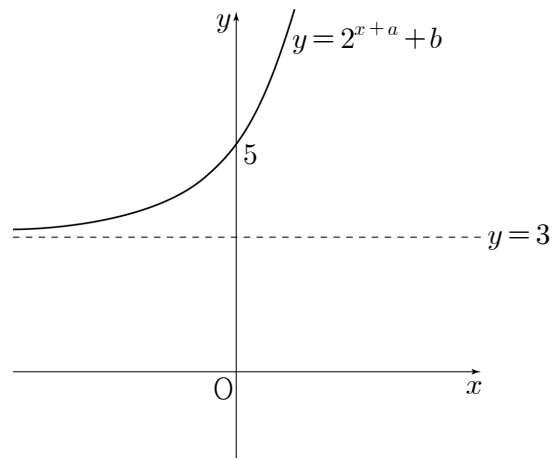
6. $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=6$ 이고 $\cos A = \frac{5}{9}$ 인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 길이는? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6



$$\begin{aligned} BC^2 &= 36 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{5}{9} \\ &= 45 - 20 = 25 \\ BC &= 5 \end{aligned}$$

7. 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $y=2^{x+a}+b$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, 직선 $y=3$ 은 함수의 그래프의 점근선이다.) [3점]



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$$\begin{aligned} b &= 3 \\ (0, 5) \rightarrow 2^a + 3 &= 5 \\ a &= 1 \end{aligned}$$

8. 함수 $y = \log_2 x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼
 평행이동한 후 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니
 함수 $y = 2^{x-1} + 5$ 의 그래프와 일치하였다. 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$y = \log_2(x-a) + 1$$

⇓

$$x = \log_2(y-a) + 1$$

$$y-a = 2^{x-1}$$

$$y = 2^{x-1} + a \quad \therefore a = 5$$

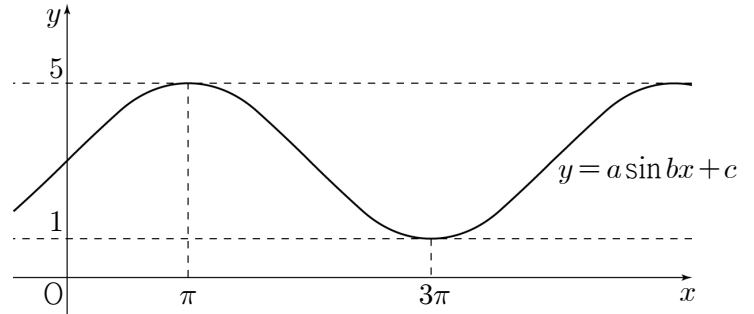
9. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

$$\tan \theta = \frac{1/3}{2/\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

10. 세 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $y = a \sin bx + c$ 의 그래프가
 그림과 같을 때, $a \times b \times c$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$) [3점]



- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

$$a = 2, c = 3$$

$$\frac{2\pi}{b} = 4\pi, b = \frac{1}{2}$$

$$abc = 3$$

11. 반지름의 길이가 4인 원에 내접하는 삼각형 ABC가 있다.
이 삼각형의 둘레의 길이가 12일 때, $\sin A + \sin B + \sin(A+B)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{17}{10}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ $\frac{19}{10}$

$$R=4, \quad \frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R}$$

$$= \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

12. 함수 $f(x) = 3^{x-2} + a$ 의 역함수의 그래프가 점 $(a+5, a+2)$ 를 지날 때, 3^a 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$f(a+2) = a+5$$

$$3^a + a = a+5$$

$$\therefore 3^a = 5$$

13. 부등식

$$(2^x - 8)\left(\frac{1}{3^x} - 9\right) \geq 0$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$\left\{ \begin{array}{l} 2^x \geq 8 \\ (\frac{1}{3})^x \geq 9 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2^x \leq 8 \\ (\frac{1}{3})^x \leq 9 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3 \\ x \leq -2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x \leq 3 \\ x \geq -2 \end{array} \right.$$

$$(X) \quad \underline{-2 \leq x \leq 3}$$

14. 등식

$$\left(\frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[4]{2}}\right)^m \times n = 100$$

을 만족시키는 두 자연수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

$$m=12 \rightarrow \frac{25}{8} \times n = 100$$

$$n = 32$$

$$m+n = 44$$

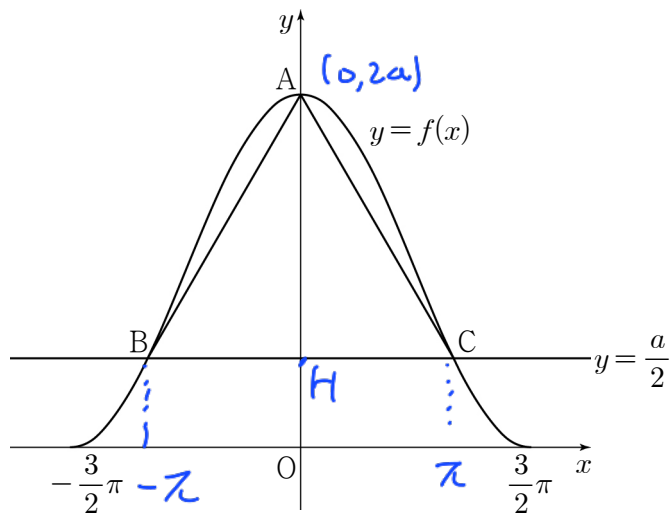
15. $-\frac{3}{2}\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = a \cos \frac{2}{3}x + a \quad (a > 0)$$

이 있다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 직선 $y=\frac{a}{2}$ 와 만나는 두 점을 각각 B, C라 하자.

삼각형 ABC가 정삼각형일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{12}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$
- ④ $\frac{7\sqrt{3}}{12}\pi$ ⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$



$$a \hookrightarrow \frac{2}{3}\pi + a = \frac{a}{2}$$

$$\hookrightarrow \frac{2}{3}\pi = -\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3}\pi = -\frac{2}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi$$

$$\pi = -\pi, \pi$$

$$B(-\pi, \frac{a}{2}), C(\pi, \frac{a}{2})$$

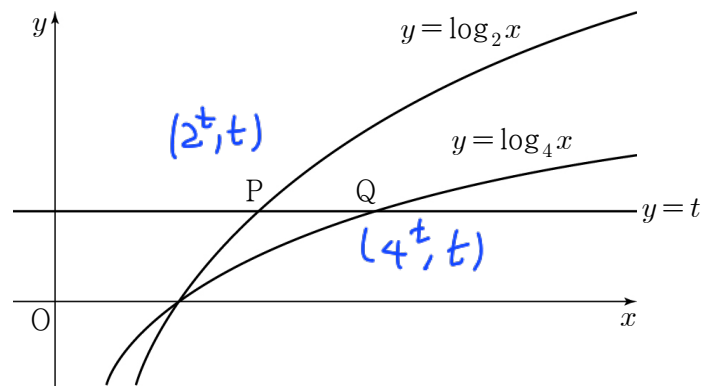
$$\overline{AH} = \sqrt{3}\pi = \frac{3}{2}a, \quad a = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$$

16. 0이 아닌 실수 t 에 대하여 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_4 x$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.

삼각형 OPQ의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- <보 기>
- ㉠. $S(1)=1$
 - ㉡. $S(2)=64 \times S(-2)$
 - ㉢. $t > 0$ 일 때, t 의 값이 증가하면 $\frac{S(t)}{S(-t)}$ 의 값도 증가한다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢



$$S(t) = \frac{1}{2}(4^t - 2^t) \times t$$

$$\text{㉠. } S(1) = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$$

$$\text{㉡. } S(2) = \frac{1}{2}(16 - 4) \times 2 = 12$$

$$S(-2) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{4}\right) \times (-2) = \frac{3}{16} \quad \left. \vphantom{S(-2)} \right\} \frac{S(2)}{S(-2)} = 64$$

$$\text{㉢. } \frac{S(t)}{S(-t)} = \frac{\frac{1}{2}(4^t - 2^t) \times t}{\frac{1}{2}(4^{-t} - 2^{-t}) \times (-t)} = \left(\frac{4^t - 2^t}{\frac{1}{2^t} - \frac{1}{4^t}} \right)$$

$$= \frac{2^{4t} - 2^{3t}}{2^t - 1} = 2^{3t}$$

$\therefore t$ 증가 $\rightarrow 2^{3t}$ 증가

17. 좌표평면에서 곡선 $y = \sqrt{x} (x > 0)$ 위의 점 P에 대하여 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ 라 하자.
 $\cos^2 \theta - 2 \sin^2 \theta = -1$ 일 때, 선분 OP의 길이는?
 (단, O는 원점이고, x 축의 양의 방향을 시초선으로 한다.) [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

$y = \sqrt{x}$
 $P(a^2, a)$
 $\tan \theta = \frac{a}{a^2}, \overline{OP} = \sqrt{a^4 + a^2}$
 $C^2 - 2S^2 = -1$
 $\div C^2 \quad 1 - 2t^2 = -\frac{1}{C^2} = -1 - t^2$
 $t^2 = 2$
 $a^2 = 2, a = \sqrt{2}$
 $\overline{OP} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

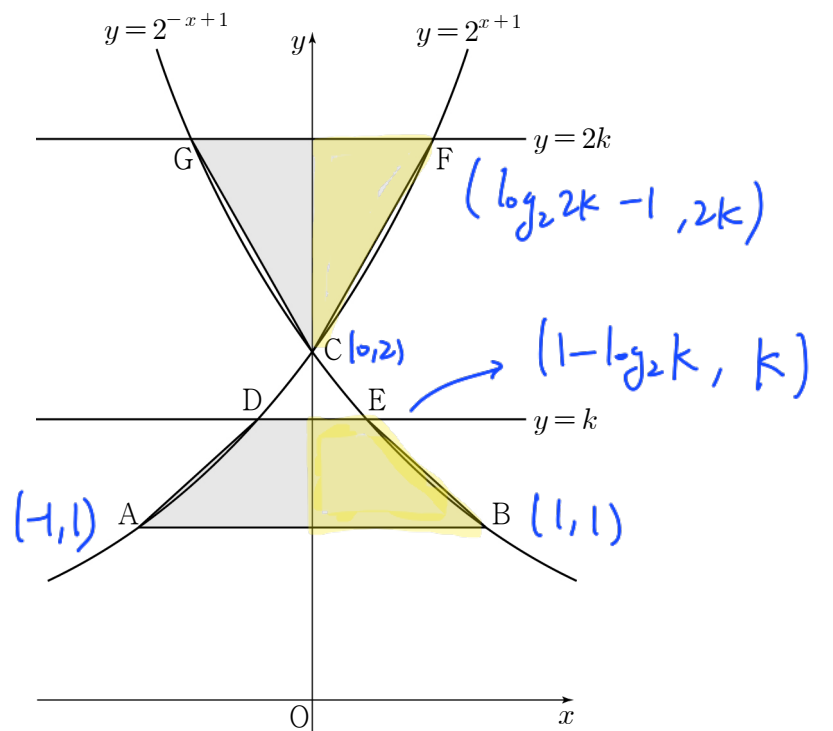
18. 그림과 같이 두 곡선 $y = 2^{x+1}, y = 2^{-x+1}$ 과 세 점 A(-1, 1), B(1, 1), C(0, 2)가 있다. 실수 $k (1 < k < 2)$ 에 대하여 두 곡선

$y = 2^{x+1}, y = 2^{-x+1}$

과 직선 $y = k$ 가 만나는 점을 각각 D, E,

직선 $y = 2k$ 가 만나는 점을 각각 F, G라 하자.

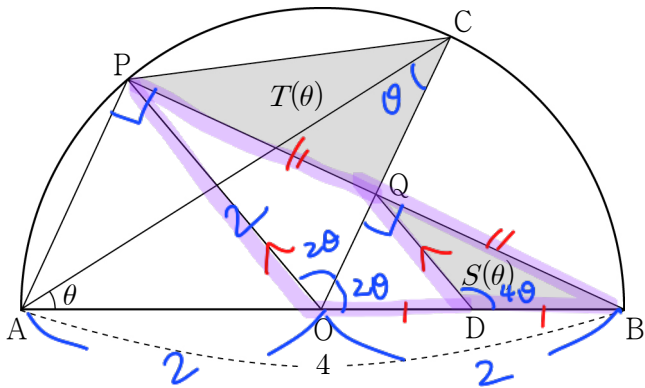
사각형 ABED의 넓이와 삼각형 CFG의 넓이가 같을 때, k 의 값은? [4점]



- ① $2^{\frac{1}{6}}$ ② $2^{\frac{1}{3}}$ ③ $2^{\frac{1}{2}}$ ④ $2^{\frac{2}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{5}{6}}$

~~$\frac{1}{2} (\log_2 2k - 1) (2k - 2) = \frac{1}{2} (1 + 1 - \log_2 k) (k - 1)$~~
 $2(1 + \log_2 k - 1) = 2 - \log_2 k$
 $2 \log_2 k = 2 - \log_2 k, \log_2 k = \frac{2}{3}$
 $k = 2^{\frac{2}{3}}$

19. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 하고, 호 AB 위의 점 C에 대하여 점 A를 지나고 선분 OC와 평행한 직선과 호 AB의 교점을 P, 선분 OC와 선분 BP의 교점을 Q라 하자. 점 Q를 지나고 선분 PO와 평행한 직선과 선분 OB의 교점을 D라 하자. $\angle CAB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 QDB의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 PQC의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자. 다음은 $S(\theta)$ 와 $T(\theta)$ 를 구하는 과정이다. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)



$\angle CAB = \theta$ 이므로 $\angle COB = 2\theta$ 이다.
 삼각형 POB가 이등변삼각형이고 $\angle OQB = \frac{\pi}{2}$ 이므로
 점 Q는 선분 PB의 중점이고 $\angle POQ = 2\theta$ 이다.
 선분 PO와 선분 QD가 평행하므로
 삼각형 POB와 삼각형 QDB는 닮음이다.
 따라서 $\overline{QD} = \frac{1}{2} \overline{OB} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ (가) 이고 $\angle QDB = 4\theta$ (나) 이므로
 $S(\theta) = \frac{1}{2} \times \overline{QD} \times \overline{OB} \times \sin(\angle QDB) = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times \sin(4\theta) = \sin(4\theta)$
 이다. $\overline{CQ} = \overline{CO} - \overline{OQ}$ 이므로 $OQ = 2\cos 2\theta, CQ = 2 - 2\cos 2\theta$
 $PQ = 2\sin 2\theta$
 $T(\theta) = \frac{1}{2} \times \overline{PQ} \times \overline{CQ} = \sin 2\theta \times (2 - 2\cos 2\theta) = 2\sin 2\theta(1 - \cos 2\theta)$
 이다. $= \frac{1}{2} \times 2\sin 2\theta \times (2 - 2\cos 2\theta)$

위의 (가)에 알맞은 수를 p 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta), g(\theta)$ 라 할 때, $p \times f\left(\frac{\pi}{16}\right) \times g\left(\frac{\pi}{8}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ ② $\frac{\sqrt{2}}{5}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{7}\pi$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{8}\pi$

$$1 \times \frac{\pi}{4} \times 2\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}\pi$$

20. 1이 아닌 두 자연수 a, b 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a < b < a^2$
- (나) $\log_a b$ 는 유리수이다.

$\log a < \frac{3}{2}$ 일 때, $a+b$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 250 ② 270 ③ 290 ④ 310 ⑤ 330

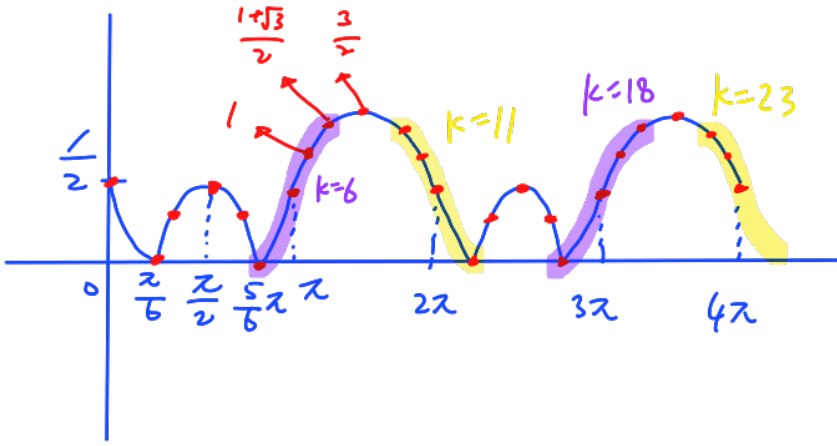
$a > 1$
 $\log_a a < \log_a b < \log_a a^2$
 $1 < \log_a b < 2$
 $\log a < \frac{3}{2}$
 $a < 10^{\frac{3}{2}} = \sqrt{1000} \implies a \leq 31, b < 96$
 $b < a^2 < 10^3$
 $a=3^3, b=3^6 \implies \log_a b = 2$ (x)
 $a=3^3, b=3^5 \implies \log_a b = \frac{5}{3}$ (o)
 $a=2^4, b=2^9$
 $16 + 128 = 144$
 $27 + 243 = 270$

21. 자연수 n 에 대하여 $\frac{n-1}{6}\pi \leq x \leq \frac{n+2}{6}\pi$ 에서 함수

$$f(x) = \left| \sin x - \frac{1}{2} \right|$$

의 최댓값을 $g(n)$ 이라 하자. 40 이하의 자연수 k 에 대하여 $g(k)$ 가 무리수가 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 115 ② 117 ③ 119 ④ 121 ⑤ 123



$k = 6, 11$
 $18, 23 \downarrow 12$
 $30, 35 \downarrow 12$
 $54 + 69 = 123$

단답형

22. $\sqrt[3]{27^2} \times 3^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

$3^2 \times 3^2 = 81$ 81

23. 방정식 $\log_{\frac{1}{2}}(x+3) = -4$ 의 해를 구하시오. [3점]

$x > -3$ 13
 $x+3 = 16$

24. 두 함수 $y = \cos \frac{2}{3}x$ 와 $y = \tan \frac{3}{a}x$ 의 주기가 같을 때,
양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

$$\frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = \frac{\pi}{\frac{3}{a}}$$

9

$$3\pi = \frac{a}{3}\pi, a=9$$

25. 함수 $f(x) = 4\cos(x+\pi) + k$ 의 그래프가 점 $(\frac{\pi}{3}, 5)$ 를 지날 때,
상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

7

$$4\cos(\pi + \frac{\pi}{3}) + k = 5$$

$$\begin{aligned} -2 + k &= 5 \\ k &= 7 \end{aligned}$$

26. 등식

$$(3^a + 3^{-a})^2 = 2(3^a + 3^{-a}) + 8$$

을 만족시키는 실수 a 에 대하여 $27^a + 27^{-a}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

$$3^a + 3^{-a} = t \quad (t \geq 2)$$

52

$$t^2 = 2t + 8$$

$$t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$t = -2, 4$$

$$\therefore t = 4 \quad 3^a + 3^{-a} = 4$$

$$3^{3a} + 3^{-3a} = (3^a + 3^{-a})^3 - 3(3^a + 3^{-a})$$

$$= 4^3 - 3 \cdot 4 = 64 - 12 = 52$$

27. 자연수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A = \{a, b, c\}, B = \{\log_2 a, \log_2 b, \log_2 c\}$$

에 대하여 $a+b=24$ 이고 집합 B 의 모든 원소의 합이 12일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하시오. (단, a, b, c 는 서로 다른 세 자연수이다.) [4점]

56

$$\log_2 abc = 12, abc = 2^{12} \begin{cases} a = 2^4 \\ b = 2^4 \\ c = 2^2 \end{cases}$$

$$a+b=24$$

$$\Downarrow$$

$$16, 8 \quad 2^4, 2^3, 2^5$$

$$2^4 \quad 2^3 \quad \therefore c = 2^5$$

$$16+8+32=56$$

28. 자연수 n 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, x 에 대한 방정식

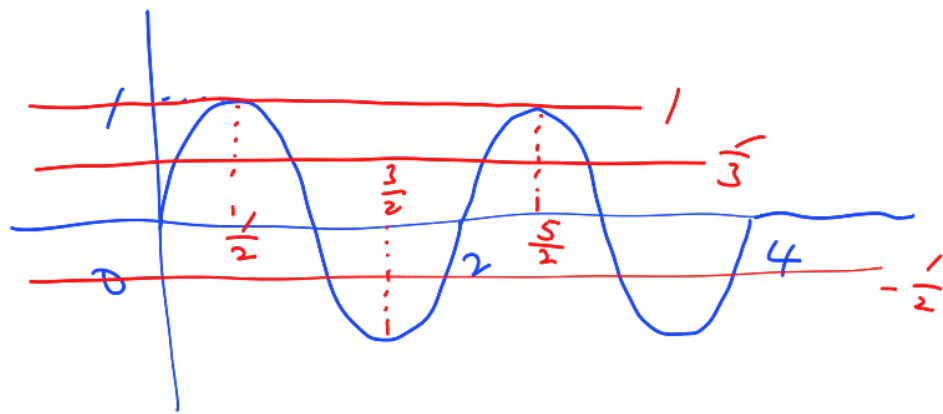
$$\sin \pi x - \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 0$$

의 모든 실근의 합을 $f(n)$ 이라 하자.

$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

35

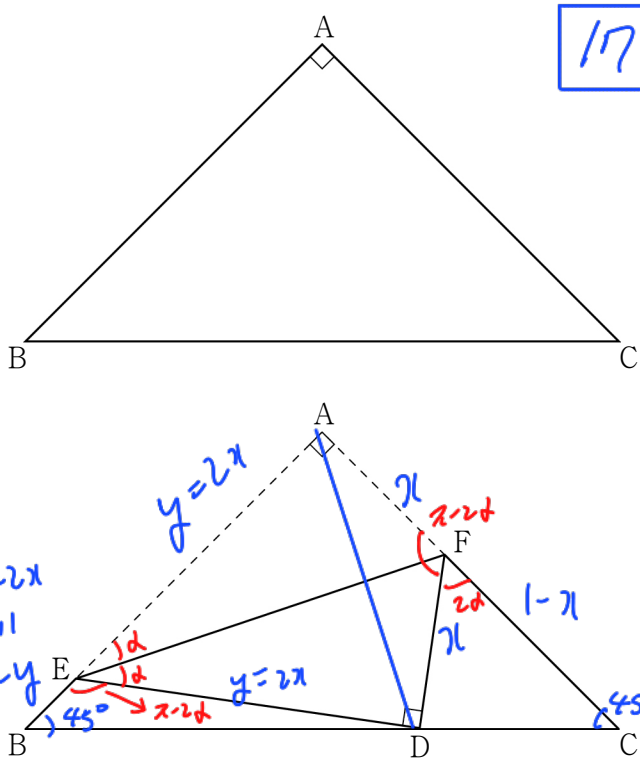
$$\sin \pi x = \frac{(-1)^{n+1}}{n} \quad \text{주기: } 2$$



- 1 → 1 → 3
 - 2 → 1/2 → 5+5=10
 - 3 → 1/3 → 3+3=6
 - 4 → -1/4 → 5+5=10
 - 5 → 1/5 → 3+3=6
-) 35

29. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=1$, $\angle BAC=\frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC

모양의 종이가 있다. 선분 BC 위의 점 D, 선분 AB 위의 점 E, 선분 AC 위의 점 F에 대하여 선분 EF를 접는 선으로 하여 점 A가 점 D와 겹쳐지도록 접었다. 삼각형 BDE와 삼각형 DCF의 외접원의 반지름의 길이의 비가 2:1일 때, 선분 DF의 길이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 종이의 두께는 고려하지 않으며, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



17

R=2r

$$\frac{y}{\sin 45^\circ} = 2R$$

$$\frac{x}{\sin 45^\circ} = 2r \Rightarrow \frac{y}{x} = 2, y = 2x$$

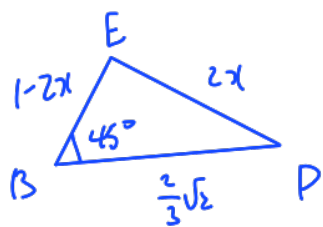
$\triangle BFD \Rightarrow \frac{\overline{BD}}{\sin(\pi/2)} = 2R$

$\triangle CDF \Rightarrow \frac{\overline{CD}}{\sin 2\alpha} = 2r \Rightarrow \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} = 2$

$\overline{BD} = 2\overline{CD}$



$\therefore \overline{BD} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$



$$4x^2 = 4x^2 - 4x + 1 + \frac{2}{9} - 2(1-2x)\frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$0 = -4x + \frac{17}{9} - \frac{4}{3} + \frac{8}{3}x$$

$$\frac{4}{3}x = \frac{5}{9}, x = \frac{5}{12}$$

30. 함수 $f(x)=|x-k|-4$ (k 는 실수)와 양의 실수 a ($a \neq 1$)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} a^{-f(x)} & (f(x) < 0) \\ a^{f(x)} & (f(x) \geq 0) \end{cases}$$

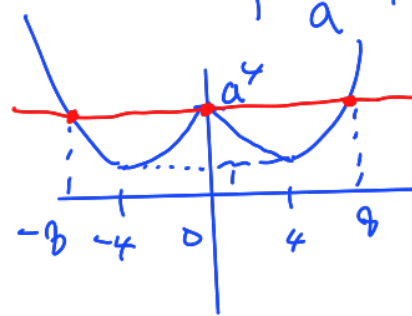
이라 하자. 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=16$ 의 교점의 개수가 3이고 $g(1)=16$ 일 때, 모든 $f(a-2)$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

5

$$g(x) = \begin{cases} a^{-|k-x|+4} & (k-4 < x < k+4) \\ a^{|k-x|-4} & (x \leq k-4, x \geq k+4) \end{cases}$$

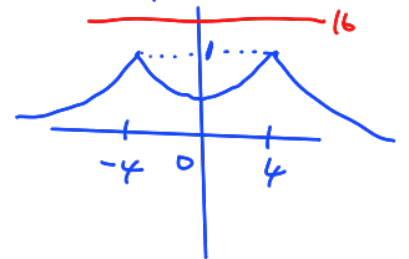
$$g(x) = \begin{cases} a^{x-k+4} & (k-4 < x < k) \\ a^{-x+k+4} & (k \leq x < k+4) \\ a^{-x+k-4} & (x \leq k-4) \\ a^{x-k-4} & (x \geq k+4) \end{cases}$$

$$g(x+k) = \begin{cases} a^{x+4} & (-4 < x < 0) \\ a^{-x+4} & (0 \leq x < 4) \\ a^{-x-4} & (x \leq -4) \\ a^{x-4} & (x \geq 4) \end{cases}$$



$a > 1$

$a^4 = 16, a = 2$



$0 < a < 1$

(X)

$g(-b+k) = g(k) = g(b+k) = 16$

$g(1) = 16 \Rightarrow \begin{cases} -b+k=1 & k=9 \\ k=1 & \Rightarrow k=1 \\ b+k=1 & k=-9 \end{cases}$

$f(a-2) = f(1) = |k|-4 = 5, -3, 3$

$\therefore 5-3+3=5$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.