8. [문항코드]

$\left(\dfrac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은?

[2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

$$\left(2^{2-\sqrt{2}}\right)^{2+\sqrt{2}} = 2^{4-2}$$
$$= 2^2$$
$$= 4.$$

5

1. [문항코드]

함수 $f(x)=x^3+7x-4$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f'(x)=3x^2+7$ 5

3. [문항코드]

함수 $f(x)=x^3+2x+7$에 대하여 $f'(1)$의 값은?

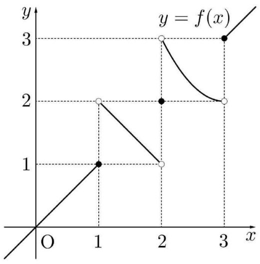
[3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$f'(x)=3x^2+2$ 1

4. [문항코드]

함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 1+} f(x) + \lim_{x \to 3-} f(x)$의 값은?

[3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f(1+) = 2,\ f(3-) = 2.$ ④

6. [문항코드]

$\tan\theta < 0$이고 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}$일 때, $\cos\theta$의 값은?

[3점]

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$-\sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{5} \longrightarrow \cos\theta = \frac{\sin\theta}{\tan\theta}$

$= \frac{-\frac{\sqrt{5}}{5}}{-\frac{1}{2}}$

$= \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 5

9. [문항코드]

함수 $f(x)=x^3-3x^2+k$의 극댓값이 9일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은? (단, k는 상수이다.)

[3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x)=3x(x-2) \longrightarrow 9=f(0)$

$=k$

$\longrightarrow f(2)=5.$ ⑤

14. [문항코드]

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=10$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 5-\dfrac{10}{a_n} & (a_n\text{이 정수인 경우}) \\ -2a_n+3 & (a_n\text{이 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_9+a_{12}의 값은?

[3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$a_1=10,\ a_2=4,\ a_3=\frac{5}{2}$

$a_4=-2$

$a_5=10,\ a_6=4,\ a_7=\frac{5}{2}$

$a_8=-2\ \cdots\cdots$

$a_9=a_1$
$=10$

$a_{12}=a_4$
$=-2$

4

6. [문항코드]

곡선 $y=x^3-4x+5$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선이 곡선 $y=x^4+3x+a$에 접할 때, 상수 a의 값은?

[3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$y'=3x^2-4 \longrightarrow y=-1\cdot(x-1)+2$

$=-x+3$

$y'=4x^3+3$

$=-1 \longrightarrow x=-1$

$(1,2)$, $(-1, a-2)$ 를 지나는 직선 : $y=-x+3$

$\longrightarrow a=6.$ ①

8. [문항코드]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

$$\int_0^1 f'(x)dx = \int_0^2 f'(x)dx = 0$$

을 만족시킬 때, $f'(1)$의 값은?

[4점]

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

$f(1)-f(0)=f(2)-f(0)=0$

$\longrightarrow f(x)=x(x-1)(x-2)+a$

$\longrightarrow f'(1)=-1.$ ④

12. [문항코드]

사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

(가) $f(0)=2$이고 $f'(4)=-24$이다.

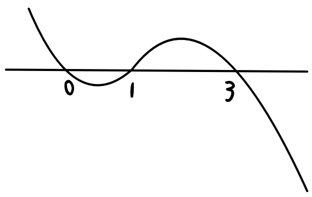
(나) 부등식 $xf'(x)>0$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 범위는 $1<x<3$이다.

[4점]

① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

$y=f'(x)=4kx(x-1)(x-3)$ $(k<0)$

$=-2x(x-1)(x-3)$ $(\because f'(4)=-24)$



$\int_0^2 f'(x)dx = f(2)-2$

$=\int_0^2 -2x(x-1)(x-3)dx$

$=-2\int_{-1}^{1}(x+1)\cdot x\cdot(x-2)dx$

$=-4\int_0^1 -x^2 dx$

$=\frac{4}{3}$.

②

15. [문항코드]

함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n의 개수가 2일 때, 상수 k의 값은?

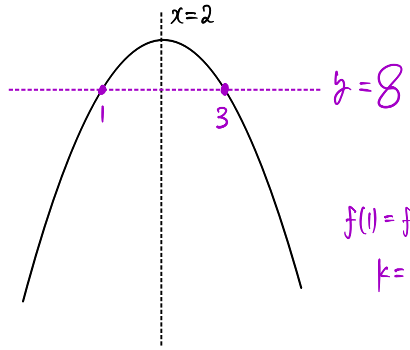
$\sqrt{3}^{f(n)}$의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9이다.

[4점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 11

$$\sqrt{3}^{\frac{f(n)}{4}} \times \left(-\sqrt{3}^{\frac{f(n)}{4}}\right) = -9$$

$$\sqrt{3}^{\frac{f(n)}{2}} = 3^2 \longrightarrow f(n) = 8.$$



$f(1) = f(3) = 8$.

$k = 9$

②

13. [문항코드]

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$n-1 \le x < n$일 때, $\lvert f(x) \rvert = \lvert 6(x-n+1)(x-n) \rvert$이다. (단, n은 자연수이다.)

열린구간 $(0, 4)$에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt - \int_x^4 f(t)dt$$

가 $x=2$에서 최솟값 0을 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^4 f(x)dx$의 값은? [4점]

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

$n-1 \le x \le n \longrightarrow f(x) = 6(x-n+1)(x-n)$ or $f(x) = -6(x-n+1)(x-n)$

$g'(x) = 2f(x)$, $g(x)$는 $x=2$에서 최솟값 0.

$\longrightarrow \begin{cases} 1 \le x < 2 : f(x) = 6(x-1)(x-2) \\ 2 \le x < 3 : f(x) = -6(x-2)(x-3) \end{cases}$, $g(2) = \int_0^2 f(t)dt - \int_2^4 f(t)dt = 0 \longrightarrow \int_0^2 f(t)dt = \int_2^4 f(t)dt.$

$\int_{n-1}^{n} \lvert 6(x-n+1)(x-n) \rvert dx = 1.$

$\int_0^2 f(t)dt = \int_0^1 f(t)dt + \int_1^2 f(t)dt = \int_0^1 f(t)dt - 1,$

$\int_2^4 f(t)dt = \int_2^3 f(t)dt + \int_3^4 f(t)dt = 1 + \int_3^4 f(t)dt$

$\longrightarrow \int_0^1 f(t)dt - \int_3^4 f(t)dt = 2.$

$\longrightarrow \begin{cases} 0 \le x < 1 : f(x) = -6x(x-1) \\ 3 \le x < 4 : f(x) = 6(x-3)(x-4) \end{cases}$

$\longrightarrow \int_{\frac{1}{2}}^4 f(x)dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx$

$= \frac{1}{2} + 0 - 1$

$= -\frac{1}{2}.$ ②

11. [문항코드]

첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$|S_3| = |S_6| = |S_{11}| - 3$$

을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$의 첫째항의 합은? [4점]

① $\frac{31}{5}$ ② $\frac{33}{5}$ ③ 7 ④ $\frac{37}{5}$ ⑤ $\frac{39}{5}$

1) $S_3 = S_6$

$S_3 = 3a_1 + 3d$, $S_6 = 6a_1 + 15d \longrightarrow a_1 = -4d > 0$.

$S_{11} = 11a_1 + 55d$

$= 11d \longrightarrow |S_{11}| - 3 = -11d - 3$

$S_3 = 3a_1 + 3d$

$= -9d$

$= -11d - 3 \longrightarrow d = -\frac{3}{2}$, $a_1 = 6$.

2) $S_3 = -S_6$

$S_3 = 3a_1 + 3d$, $S_6 = 6a_1 + 15d \longrightarrow 9a_1 + 18d = 0$

$\longrightarrow a_1 = -2d > 0$

$S_{11} = 11a_1 + 55d$

$= 33d \longrightarrow |S_{11}| - 3 = -33d - 3$

$S_3 = 3a_1 + 3d$

$= -3d$

$= -33d - 3 \longrightarrow d = -\frac{1}{10}$, $a_1 = \frac{1}{5}$.

1

16. [문항코드]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$\int_t^x f(s)ds=0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

〈보 기〉

ㄱ. $f(x)=x^2(x-1)$일 때, $g(1)=1$이다.

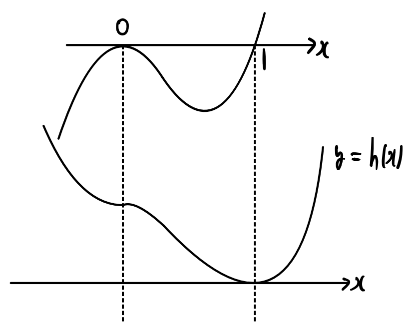
ㄴ. 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이면 $g(a)=3$인 실수 a가 존재한다.

ㄷ. $\lim_{t\to b} g(t)+g(b)=6$을 만족시키는 실수 b의 값이 0과 3뿐이면 $f(4)=12$이다.

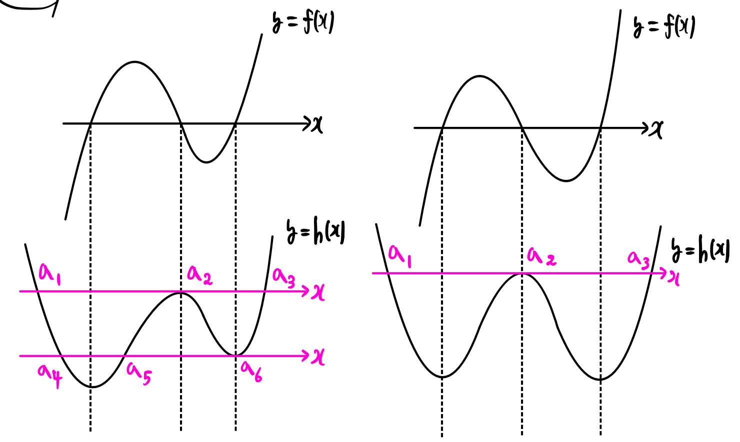
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$h(x)=\int_t^x f(s)ds \longrightarrow h(t)=0,\ h'(x)=f(x)$

ㄱ



ㄴ

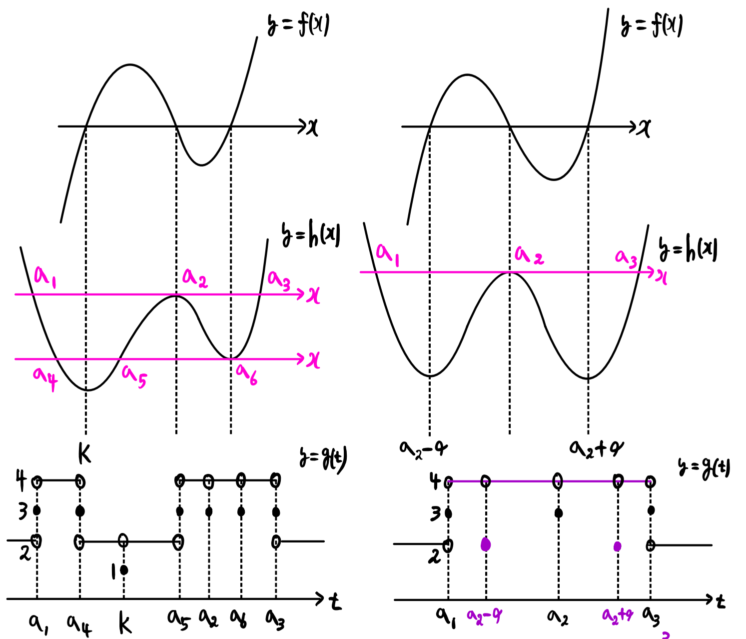


a가 6개 a가 3개

$\neq$ $h(x)$는 오직 하나의 극값 $\longrightarrow 0\le g(t)\le 2$.

$\longrightarrow f(x)=0$ 서로 다른 실근 개수 $=3$.

1) $g(a)=3$인 a가 6개 2) $g(a)=3$인 a가 3개



$\lim_{t\to b} g(t)+g(b)=6$인 b 없음.

$b=a_2-q,\ a_2+q \longrightarrow q=\frac{3}{2}=a_2$

$f(x)=x(x-\frac{3}{2})(x-3) \longrightarrow f(4)=10.$ ②

10. [문항코드]

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. 두 자연수 p, q에 대하여 $S_n = pn^2 - 36n + q$일 때, S_n이 다음 조건을 만족시키도록 하는 p의 최솟값을 p_1이라 하자.

임의의 두 자연수 i, j에 대하여 $i \neq j$이면 $S_i \neq S_j$이다.

$p = p_1$일 때, $|a_k| < a_1$을 만족시키는 자연수 k의 개수가 3이 되도록 하는 모든 q의 값의 합은?

[4점]

① 372 ② 377 ③ 382 ④ 387 ⑤ 392

$S_i - S_j \neq 0$

$S_i - S_j = p(i^2 - j^2) - 36(i-j)$

$= (i-j)\{p(i+j) - 36\}$

$\longrightarrow p \neq \frac{36}{i+j}$

$\longrightarrow$ p는 36의 양의 약수가 아닌 자연수.

$\longrightarrow p_1 = 5$.

$S_n = 5n^2 - 36n + q \longrightarrow S_1 = a_1 = q - 31$,

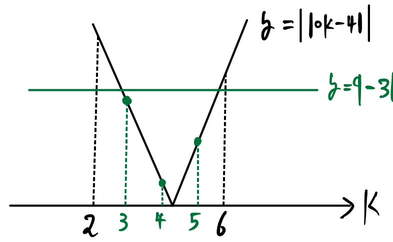
$a_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2)$

$= 10n - 41 \quad (n \geq 2)$

$|a_k| < a_1$ 인 k $(k \geq 2)$ 존재.

$a_1 = q - 31 > 0 \longrightarrow q > 31$.

$|a_k| < a_1 \longrightarrow |10k - 41| < q - 31$ 인 k $(k \geq 2)$의 개수는 3.



$k = 3, 4, 5 \longrightarrow |a_3| < q - 31 \leq |a_6|$

$\longrightarrow 43 \leq q \leq 50$.

$\longrightarrow$ 모든 q의 값의 합은 등차중항의 성질에 의하여

$93 \times 4 = 372$. ①

13. [문항코드]

$\log_3 a \times log_3 b = 2$이고 $\log_a 3 + \log_b 3 = 4$일 때, $\log_3 ab$의 값을 구하시오.

[3점]

$$\log_a 3 + \log_b 3 = \frac{1}{\log_3 a} + \frac{1}{\log_3 b}$$

$$= \frac{\log_3 b + \log_3 a}{\log_3 a \cdot \log_3 b}$$

$$= \frac{\log_3 b + \log_3 a}{2}$$

$$= 4.$$

$$\log_3 ab = \log_3 a + \log_3 b$$

$$= 8.$$

8

6. [문항코드]

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2-4x+3$이고 $f(1)=5$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

[3점]

$\int_1^2 f'(x)dx = f(2)-5$

$= \int_1^2 (6x^2-4x+3)dx$

$= \left[2x^3-2x^2+3x\right]_1^2$

$= 11$

16

5. [문항코드]

$\sum_{k=1}^{6}(k+1)^2-\sum_{k=1}^{5}(k-1)^2$의 값을 구하시오

[3점]

$$\sum_{k=1}^{5}(k+1)^2+36-\sum_{k=1}^{5}(k-1)^2$$

$$=\sum_{k=1}^{5}\{(k+1)^2-(k-1)^2\}+36$$

$$=\sum_{k=1}^{5}4k+49$$

$$=4\cdot\frac{5\cdot 6}{2}+49$$

$$=109.$$

109

13. [문항코드]

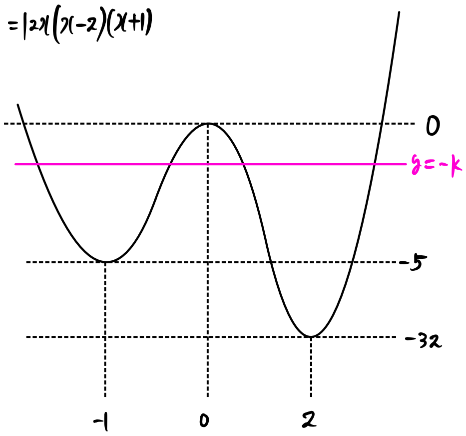
방정식 $3x^4-4x^3-12x^2+k=0$이 서로 다른 4개의 실근을 갖도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오.

[3점]

$y=3x^4-4x^3-12x^2$

$y'=12x^3-12x^2-24x$

$=12x(x-2)(x+1)$



$-5<-k<0$

$\rightarrow 0<k<5$

4

20. [문항코드]

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. S_n이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{13}의 값을 구하시오.

(가) S_n은 $n=7$, $n=8$에서 최솟값을 갖는다.
(나) $\lvert S_m \rvert = \lvert S_{2m} \rvert = 162$인 자연수 m $(m>8)$이 존재한다.

[4점]

(가) $a_8=0$, $d>0$

(나) $S_m<0$, $S_{2m}>0$ 이므로

$$S_m = \frac{a_1+a_m}{2}\times m = -162$$

$$S_{2m} = \frac{a_1+a_{2m}}{2}\times 2m = 162$$

$$\frac{m}{2}(a_1+a_m+2a_1+2a_{2m})=0$$

$$3a_1+3a_1+(m-1)d+2(2m-1)d=0$$

$a_1=-7d$ 이므로

$$(-42+5m-3)d=0$$

$\therefore m=9$, $S_{18}=162$

$S_{15}=0$에서 $a_{17}=54$

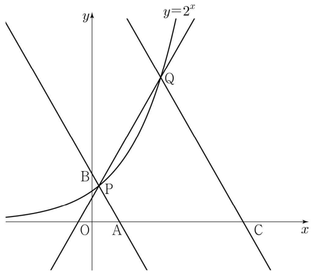
$\therefore d=6$; $a_{13}=54-4\times 6=30$ ■

10. [문항코드]

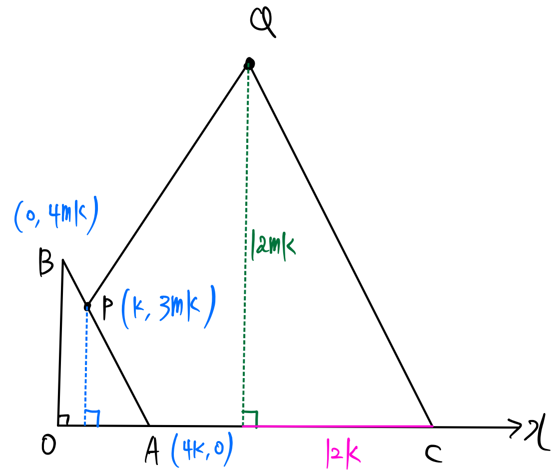
그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위에 두 점 $\mathrm{P}(a,\ 2^a)$, $\mathrm{Q}(b,\ 2^b)$이 있다. 직선 PQ의 기울기를 m이라 할 때, 점 P를 지나며 기울기가 $-m$인 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가 $-m$인 직선이 x축과 만나는 점을 C라 하자.

$$\overline{\mathrm{AB}}=4\overline{\mathrm{PB}},\quad \overline{\mathrm{CQ}}=3\overline{\mathrm{AB}}$$

일 때, $90\times(a+b)$의 값을 구하시오. (단, $0<a<b$)



[4점]



$2^k=3mk$ $\quad 2^x=12mk$ → Q의 x좌표 $=k+2$

$\mathrm{P}(k,\ 3mk)$, $\mathrm{Q}(k+2,\ 12mk)$ → $\dfrac{(12mk)-(3mk)}{(k+2)-(k)}=m$

→ $k=\dfrac{2}{9}$

→ $a=\dfrac{2}{9}$, $b=\dfrac{20}{9}$.

220

20. [문항코드]

삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 할 때, 함수 $h(x)$를

$$h(x)=|f(x)|+g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 곡선 $y=h(x)$ 위의 점 $(k,\ 0)(k\neq 0)$에서의 접선의 방정식은 $y=0$이다.
>
> (나) 방정식 $h(x)=0$의 실근 중에서 가장 큰 값은 12이다.

$h(3)=-\dfrac{9}{2}$일 때, $k\times\{h(6)-h(11)\}$의 값을 구하시오.

(단, k는 상수이다.)

[4점]

$h(k)=0 \rightarrow |f(k)|+g(k)=0.$

$\rightarrow g(k)\le 0 \rightarrow \begin{cases} g(k)=0 \rightarrow f(k)=0 \\ g(k)<0 \rightarrow f(k)\neq 0. \end{cases}$

$g(x)=f'(0)x.$

$g(k)=f(k)=0 \rightarrow f'(0)\cdot k=0 \rightarrow f'(0)=0$

$\rightarrow f(k)=f(0)=f'(0)=0$

$\rightarrow f(x)=px^2(x-k)\quad (p\neq 0)$

$\rightarrow$ $|f(x)|$는 $x=k$에서 미분가능하지 않으므로, $h(x)$ 위의 점 $(k,0)$에서의 접선이 정의되지 않는다.

$g(k)<0,\ f(k)<0 \rightarrow \begin{cases} x=k \text{ 근방에서 } h(x)=-f(x)+g(x) \\ f(k)=g(k) \\ h'(k)=0 \end{cases}$

$\rightarrow f'(k)=g'(k)$

$\rightarrow$ $y=f(x)$, $y=g(x)$는 $x=k$에서 접한다.

$\rightarrow$ $k\neq 0$ 이므로 모순.

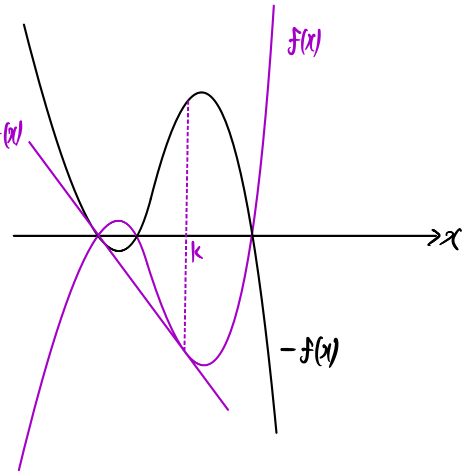
$g(k)<0,\ f(k)>0 \rightarrow \begin{cases} x=k \text{ 근방에서 } h(x)=f(x)+g(x) \\ f(k)+g(k)=0 \\ h'(k)=0 \end{cases}$

$\rightarrow f'(k)+g'(k)=0$

$\rightarrow$ $y=-f(x)$, $y=g(x)$는 $x=k$에서 접한다.

$\rightarrow$ $y=f(x)$, $y=-g(x)$는 $x=k$에서 접한다.

1) $p>0$



20. [문항코드]

삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 할 때, 함수 $h(x)$를

$$h(x)=|f(x)|+g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

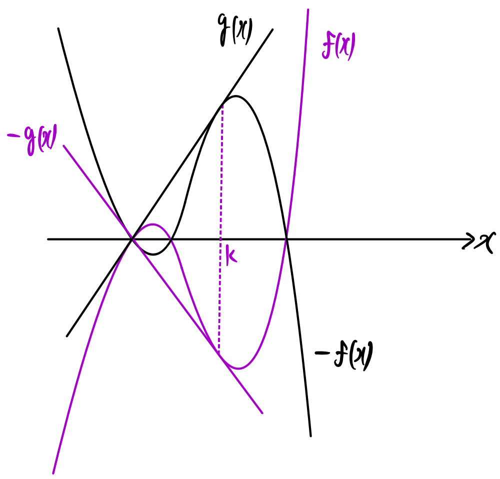
> (가) 곡선 $y=h(x)$ 위의 점 $(k,\ 0)(k\neq 0)$에서의 접선의 방정식은 $y=0$이다.
> (나) 방정식 $h(x)=0$의 실근 중에서 가장 큰 값은 12이다.

$h(3)=-\dfrac{9}{2}$일 때, $k\times\{h(6)-h(11)\}$의 값을 구하시오.

(단, k는 상수이다.)

[4점]

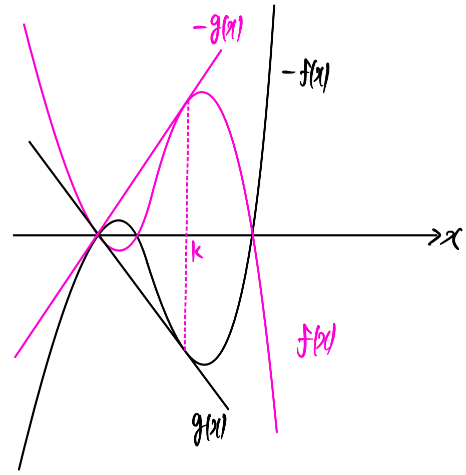
1) $p>0$



$h(x)=0 \longrightarrow |f(x)|=-g(x)$

$\longrightarrow |f(x)|=-g(x)$인 x는 0뿐.

2) $p<0$



$h(x)=0 \longrightarrow |f(x)|=-g(x)$

$\longrightarrow |f(x)|=-g(x)$인 x의 최댓값이 12일 수 있다.

$\longrightarrow f(x)-(-g(x))=px(x-k)^2,\ -f(x)+g(x)=-px^2(x-12)$

$\longrightarrow \begin{cases} f(x)+g(x)=0\text{인 } x:\ 0,\ k,\ k \\ -f(x)+g(x)=0\text{인 } x:\ 0,\ 0,\ 12 \end{cases} \longrightarrow k=6.$

$\longrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}\Big[\{f(x)+g(x)\}-\{-f(x)+g(x)\}\Big]$

$\quad = px(x^2-12x+18)$

$\longrightarrow h(3)=f(3)+g(3)=27p=-\dfrac{9}{2} \longrightarrow p=-\dfrac{1}{6}.$

$\longrightarrow h(6)=f(6)+g(6)=0,\ h(11)=-f(11)+g(11)=-\dfrac{121}{6}\ (\because f(6)>0,\ f(11)<0)$

121

1. [문항코드]

두 사건 A와 B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{12},\ \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{11}{12}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은?

[2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$P(B)=\frac{11}{12}-\frac{1}{12}$

$=\frac{5}{6}.$

5

24. [문항코드]
5명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

[3점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

$(5-1)! = 24.$ ③

4. [문항코드]

이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-3	0	a	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$\mathrm{E}(X)=-1$일 때, $\mathrm{V}(aX)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

[3점]

① 12　② 15　③ 18　④ 21　⑤ 24

$-1=-3\cdot\frac{1}{2}+0\cdot\frac{1}{4}+a\cdot\frac{1}{4}$

$\longrightarrow a=2.$

$V(X)=9\cdot\frac{1}{2}+0\cdot\frac{1}{4}+4\cdot\frac{1}{4}-(-1)^2$

$=\frac{9}{2}.$

3

26. [문항코드]

방정식 $3x+y+z+w=11$을 만족시키는 자연수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는?

[3점]

① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

x

$1 \longrightarrow {}_3H_5 = 21$

$2 \longrightarrow {}_3H_2 = 6$

2

3. [문항코드]

어느 회사에서 생산하는 샴푸 1개의 용량은 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 16개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $746.1 \le m \le 755.9$이다.
이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 n개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구하는 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$일 때, $b-a$의 값이 6 이하가 되기 위한 자연수 n의 최솟값은? (단, 용량의 단위는 mL이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$로 계산한다.)

[3점]

① 70 ② 74 ③ 78 ④ 82 ⑤ 86

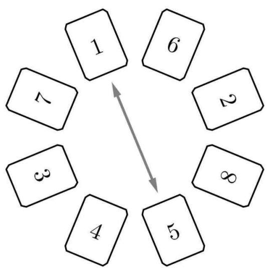
$m = 751$, $4.9 = 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{16}} \longrightarrow \sigma = 10$

$b-a = 2 \cdot 2.58 \cdot \frac{10}{\sqrt{n}} \le 6 \longrightarrow n \ge (8.6)^2 = 73.96$

2

28. [문항코드]

숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 8장의 카드를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 한 장의 카드와 이 카드로부터 시계 방향으로 네 번째 위치에 놓여 있는 카드는 서로 마주 보는 위치에 있다고 하자. 서로 마주 보는 위치에 있는 카드는 4쌍이 있다. 예를 들어, 그림에서 숫자 1, 5가 적혀 있는 두 장의 카드는 서로 마주 보는 위치에 있고, 숫자 1, 4가 적혀 있는 두 장의 카드는 서로 마주 보는 위치에 있지 않다.



이 8장의 카드를 일정한 간격을 두고 원형으로 임의로 배열하는 시행을 한다. 이 시행에서 서로 마주 보는 위치에 있는 두 장의 카드에 적혀 있는 두 수의 차가 모두 같을 때, 숫자 1이 적혀 있는 카드와 숫자 2가 적혀 있는 카드가 서로 이웃할 확률은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

$2-1=4-3=6-5=8-7=1$

$3-1=4-2=7-5=8-6=2$

$8-4=7-3=6-2=5-1=4$

이웃.

$$\frac{2\cdot 8\cdot 2\cdot 8}{8\cdot 6\cdot 4\cdot 2\cdot 3}=\frac{2}{9}$$

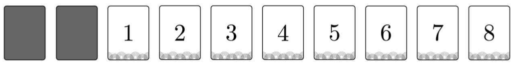
④

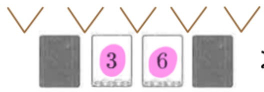
29. [문항코드]

그림과 같이 2장의 검은색 카드와 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 흰색 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 일렬로 배열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 검은색 카드는 서로 구별하지 않는다.)

(가) 흰색 카드에 적힌 수가 작은 수부터 크기순으로 왼쪽에서 오른쪽으로 배열되도록 카드가 놓여 있다.
(나) 검은색 카드 사이에는 흰색 카드가 2장 이상 놓여 있다.
(다) 검은색 카드 사이에는 3의 배수가 적힌 흰색 카드가 1장 이상 놓여 있다.

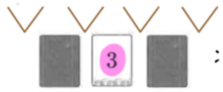
[4점]





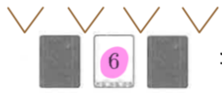
: ${}_2H_2 \times {}_1H_2 \times {}_2H_2 = 9$

(나) 모순.



: ${}_2H_2 \times {}_2H_2 \times {}_1H_2 - 1 = 8$

(나) 모순.



: ${}_1H_2 \times {}_2H_2 \times {}_2H_2 - 1 = 8$

사이사이 배치 → H.

25

30. [문항코드]

네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 연필 5자루와 같은 종류의 공책 5권을 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있고, 공책을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

> (가) 학생 A가 받는 연필의 개수는 4 이상이다.
> (나) 공책보다 연필을 더 많이 받는 학생은 1명뿐이다.

[4점]

1)

	A	B	C	D
연	4	1	0	0
공	a	b	c	d

$a \le 3,\ b \ge 1 \longrightarrow 3 \times ({}_4H_{5-1} - 1) = 102.$

$a \ge 4 \quad b = 0 \longrightarrow 3 \times (2+1) = 9$

2)

	A	B	C	D
연	5	0	0	0
공	a	b	c	d

$a \le 4 \longrightarrow {}_4H_5 - 1 = 55$

166