

제 2 교시

2016학년도 KUME FINAL 모의평가 문제지

수학 영역 (A형)

성명	
----	--

수험번호					-				
------	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('A' 형/'B' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

Rome was not built in a day.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2016학년도 KUME FINAL 모의평가

집필 고려대학교 수학교육과 수학기초연구부
조용환 김민정 장재혁 이경민 황현정
정수연 박성은 심준보 이동선 김정문
심재운 신문성

본 모의평가에 대한 저작권은 고려대학교 수학교육과 수학기초연구부에 있으며,
저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물
작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련
법률에 따라 금지되어 있습니다.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $9^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

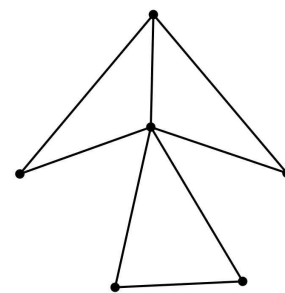
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ 가 $2A - X = B$ 를 만족시킬 때, 행렬 X 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^{n-1} + 2 \cdot 4^{n+1}}{4^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]



- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

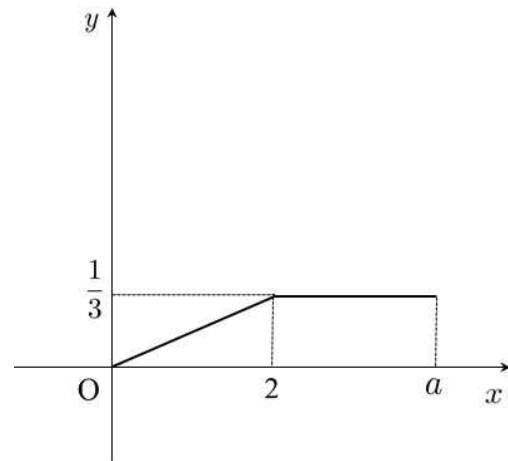
5. $\int_0^a (3x^2 + 1)dx = 2$ 일 때, 실수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)+3}{x^2-1} = 1$ 일 때,
 $f(-1) \times f'(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

7. 구간 $[0, a]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 에 대하여 X 의 확률밀도함수의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 실수 a 의 값은? [3점]



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. $(2x^2 + \frac{1}{x})^6$ 의 전개식에서 상수항의 값은? [3점]

- ① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

9. 첫째항이 12인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 16$ 일 때,

a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{32}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 3

10. 어느 공장의 일 생산량은 공장 내 압력에 영향을 받는다. 공장 생산량을 W , 공장 내 압력을 P 라고 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$W = k - \log_3 \frac{P}{k} \quad (P > 0, k > 0)$$

두 공장 A, B 에서 생산과정을 거쳤을 때 생산량을 각각 W_A, W_B 라고 하고 공장 내 압력을 각각 P_A, P_B 라 하자.

$P_B = 243P_A$ 일 때, $W_A - W_B$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

11. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_n = \frac{4}{4n^2 - 1} \text{ 일 때, } S_4 \text{의 값은? [3점]}$$

- ① $\frac{16}{9}$ ② 2 ③ $\frac{20}{9}$ ④ $\frac{22}{9}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

12. 어느 업체가 2015년 한 해 동안 제조한 야구공의 무게를

조사했더니 공의 무게는 평균이 145g, 표준편차가 3g인 정규분포를 따른다고 한다. 제조된 모든 공 중에서 임의로 추출한 n 개의 무게의 표본평균이 143g 이상 147g 이하일

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

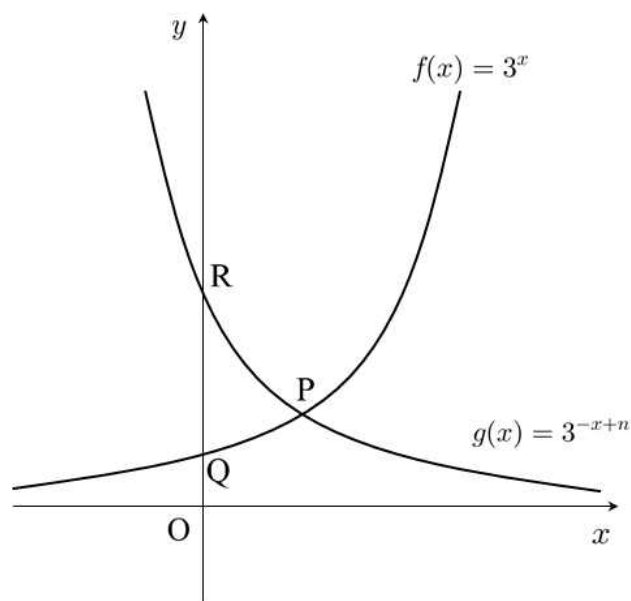
확률이 0.9544일 때, n 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 4 ② 9 ③ 16 ④ 20 ⑤ 25

13. 함수 $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{ak}{n}\right)$ 의 최댓값은? (단, a 는 양의 실수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

14. 함수 $f(x) = 3^x$ 와 $g(x) = 3^{-x+n}$ 의 그래프가 다음과 같다. 두 함수의 그래프의 교점을 P라고 하고 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 y 축과 만나는 점을 각각 Q, R이라고 할 때, 삼각형 PQR의 넓이를 a_n 이라고 하자. $\frac{a_{2n}}{a_n} \leq 100$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는? [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 + 2AB = -E, \quad AB^2 + B^2A = E - B$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $A^2B = -E$

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -2$ 이고, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$S_n + na_n = 2(n-1)(n+2) \quad (n \geq 2)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$$n=2\text{일 때, } S_2 + 2a_2 = 8\text{이고 } a_1 = -2\text{ 이므로 } a_2 = \frac{10}{3}$$

이다.

$$S_n + na_n = 2(n-1)(n+2) \quad (n \geq 2)\text{ 에서}$$

$$S_{n+1} + (n+1)a_{n+1} = 2n(n+3)$$

이므로

$$S_{n+1} - S_n + (n+1)a_{n+1} - na_n = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 식을 정리하면

$$(n+2)a_{n+1} - na_n = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 양변에 $(n+1)$ 을 곱해주면

$$(n+1)(n+2)a_{n+1} - n(n+1)a_n = (n+1) \times \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = (n+1) \times \boxed{\text{(가)}}$ 이라 하면

$$n(n+1)a_n = 6a_2 + \sum_{k=2}^{n-1} b_k = 20 + \sum_{k=2}^{n-1} b_k \quad (\because a_2 = \frac{10}{3})$$

$$= 20 + 4 \sum_{k=1}^n \boxed{\text{(나)}} - 20$$

$$= 4 \sum_{k=1}^n \boxed{\text{(나)}} = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 3)$$

이다. $n=2$ 일 때에도 이 식을 만족시키므로

$$a_n = \frac{\boxed{\text{(다)}}}{n(n+1)} \quad (n \geq 2)$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 들어갈 식을 각각 $f(n), g(k), h(n)$

이라 할 때, $\frac{g(2)h(5)}{f(4)}$ 의 값은? [4점]

① 22

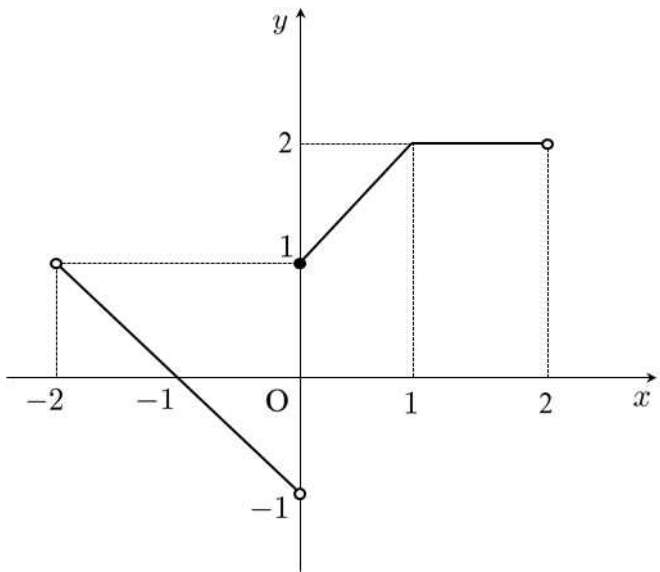
② 33

③ 44

④ 55

⑤ 66

17. 다음은 열린구간 $(-2, 2)$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



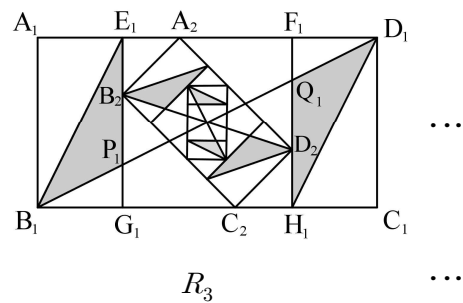
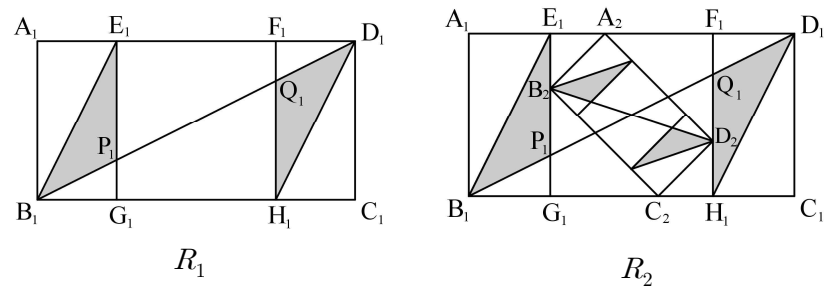
- <보 기>
- ㄱ. $\lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{t}\right) = -1$
 - ㄴ. 극한값 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)f(x-1)$ 이 존재한다.
 - ㄷ. $g(x) = \frac{1}{4}x^2$ 일 때, $f(g(x))$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 $\overline{A_1B_1}=2$, $\overline{B_1C_1}=4$ 이다. 선분 A_1D_1 의 1:3 내분점과 3:1 내분점을 각각 E_1, F_1 이라고 하고 선분 B_1C_1 의 1:3 내분점과 3:1 내분점을 각각 G_1, H_1 이라고 하자. 선분 B_1D_1 이 선분 E_1G_1 , 선분 F_1H_1 과 만나는 점을 각각 P_1, Q_1 라 할 때, 삼각형 $B_1E_1P_1$ 과 삼각형 $D_1H_1Q_1$ 을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 E_1F_1 위의 점 A_2 , 선분 E_1G_1 위의 점 B_2 , 선분 G_1H_1 위의 점 C_2 , 선분 H_1F_1 위의 점 D_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 1:2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 삼각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

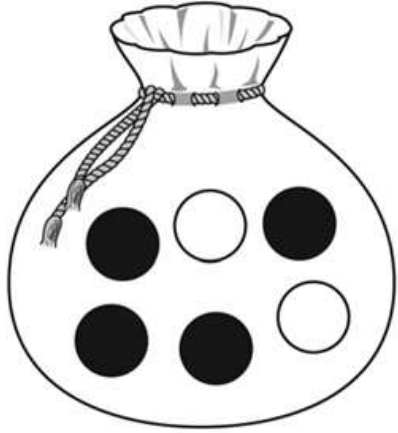
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{27}{14}$
- ② 2
- ③ $\frac{29}{14}$
- ④ $\frac{15}{7}$
- ⑤ $\frac{31}{14}$

19. 주머니 속에 검은 공 4개, 흰 공 2개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개씩 공을 꺼내는 시행을 한다. 세 번째 시행에서 꺼낸 공이 검은 공일 때, 첫 번째 시행에서 꺼낸 공이 흰 공이었을 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [4점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$



20. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$, 가수를 $g(x)$ 라 하자. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k 의 최솟값을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

(가) $f(n^k) > f(n)$

(나) $g(n^k) \geq g\left(\frac{1}{n}\right)$

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

21. 최고차항의 계수가 1이고 원점을 지나는 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 최댓값은? [4점]

- (가) 함수 $f'(x)$ 의 서로 다른 두 극값의 곱은 0보다 작거나 같다.
- (나) 방정식 $(x+1)f'(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- (다) $x \leq 0$ 인 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 0$ 이다.

- ① $\frac{16}{3}$ ② $\frac{17}{3}$ ③ 6 ④ $\frac{19}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x-2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 실수 x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a & 2 \\ -1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ 5y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 가질 때, 서로 다른 실수 a 의 곱을 구하시오. [3점]

24. 어느 의사는 월요일, 화요일, 수요일 3일 동안 8명의 환자의 건강검진을 시행하기 위하여 계획표를 작성하려고 한다. 의사는 각 환자와 한 번의 검진만 시행하고, 월요일은 적어도 한 명의 환자를 검진한다. 검진 계획표에 날짜별 검진 횟수만 기록한다고 할 때, 작성할 수 있는 계획표의 가짓수를 구하시오. [3점]

25. 삼차함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 5x - 2$ 의 그래프 위의 점에서의 접선의 기울기의 최솟값을 구하시오. [3점]

26. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고, $E(X) = 8$, $V(X) = 6$ 일 때, $E(nX - 8p)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 함수 $f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + k$ 에 대하여

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq 5) \\ 5 & (f(x) < 5) \end{cases}$$

일 때, 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 k 의 값을 구하시오. [4점]

28. 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1^2 + a_2^2 = a_3^2, \quad a_5 = 21$$

일 때, a_{11} 의 값을 구하시오. [4점]

29. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=6$ 이고,

$\int_0^5 f(x)dx = \int_{-1}^4 f(x)dx$ 를 만족시킨다. $\int_0^4 f(x)dx = \frac{q}{p}$ 일 때,
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 좌표평면에서 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = -\log_2(x-n)$ 에
 대하여 두 곡선과 x 축으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계,
 두 곡선과 $y=n$ 으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에
 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를
 $f(n)$ 이라고 할 때, $f(6)+f(7)+f(8)$ 의 값을 구하시오. (단,
 n 은 자연수이다.) [4점]

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.