

## Theme3. 운동량과 충격량

### Chapter9. 탄성 충돌과 에너지 보존

#### 9.1 탄성 충돌과 비탄성 충돌

같은 평면상에 있는 서로 다른 물체가 충돌할 때 외력이 작용하지 않으면 충돌 전과 충돌 후의 운동량 총합은 같습니다. 이를 운동량 보존 법칙이라고 합니다.

하지만 충돌 전후로 운동 에너지가 보존되는지에 대한 여부는 단정할 수 없습니다. 운동 에너지가 보존되는 경우와 보존이 되지 않는 경우가 모두 존재하는데, 전자를 탄성 충돌 후자를 비탄성 충돌이라고 부릅니다.

그리고 비탄성 충돌을 할 때 충돌 후 두 물체가 결합하여 하나의 물체처럼 운동한다면(충돌 후 두 물체의 속력이 같아진다면) 이를 완전 비탄성 충돌이라고 부르죠.

일부 교과서에만 수록된 내용이라 직접 다루는 교재는 많지 않지만 이런 충돌의 성질을 이용하면 문제를 풀 때 효율적인 풀이가 가능합니다.

	운동량	운동에너지	예시
탄성 충돌	보존	보존	이상기체 분자의 충돌
비탄성 충돌	보존	비보존 (감소)	바닥에 떨어지는 공의 운동
완전 비탄성 충돌	보존	비보존 (감소)	운동하는 총알이 나무에 박혀 같이 운동하는 경우

### Theme3. 운동량과 충격량

#### Chapter9. 탄성 충돌과 에너지 보존

##### 9.2 탄성 충돌 전후 속도의 관계(1)



물체 A,B가 위와 같이 탄성 충돌한다면, 운동량 보존 식은

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

$$= m_B (v_B - v_B') = m_A (v_A' - v_A) \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

가 되며 운동 에너지도 보존되므로 운동 에너지 보존 식은

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v_A'^2 + \frac{1}{2} m_B v_B'^2$$

가 됩니다. 운동 에너지 보존 식의 양변에 2를 곱하고 식을 조작해주면

$$m_B (v_B^2 - v_B'^2) = m_A (v_A'^2 - v_A^2)$$

$$= m_B (v_B - v_B')(v_B + v_B') = m_A (v_A' - v_A)(v_A + v_A') \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

식 ②에 식 ①을 대입하면

$$= m_A (v_A' - v_A)(v_B + v_B') = m_A (v_A' - v_A)(v_A + v_A')$$

$$(v_B + v_B') = (v_A + v_A') \rightarrow (v_B - v_A) = -(v_B' - v_A')$$

충돌 전 상대속도 = - 충돌 후 상대속도

→ 탄성충돌 시 충돌 전후로 상대속도의 크기는 같고 부호는 다르다.

즉, 두 물체가 충돌하기 전 가까워지는 속력과 충돌 후 멀어지는 속력이 같다는 것을 알 수 있습니다.

##### 9.2 탄성 충돌 전후 속도의 관계(2)

전 페이지에서 구한 관계와 운동량 보존에 대한 식을 조합하면 다음과 같은 관계식을 얻어낼 수 있습니다.

$$v_A' = \left( \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} \right) v_A + \left( \frac{2m_B}{m_A + m_B} \right) v_B$$

만약 물체 A와 B의 질량이 동일하다면  
 <A의 충돌 후 속도=B의 충돌 전 속도>  
 <B의 충돌 후 속도=A의 충돌 전 속도>

$$v_B' = \left( \frac{2m_A}{m_A + m_B} \right) v_A + \left( \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} \right) v_B$$

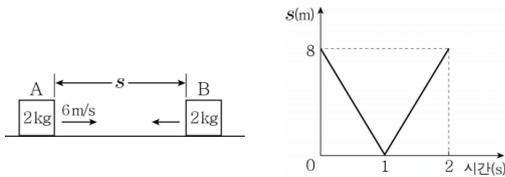
임을 알 수 있습니다. 따라서 탄성충돌을 할 때 두 물체의 질량이 같다면 충돌 전후로 서로의 속도를 교환하게 됩니다.

### Theme3. 운동량과 충격량

#### Chapter9. 탄성 충돌과 에너지 보존 <연습 문제>

[2012학년도 학평]

1. 그림은 마찰이 없는 수평면에서 물체 A와 B가 서로를 향해 등속 직선 운동하는 모습을 나타낸 것이다. A, B의 질량은 2 kg으로 같고 충돌 전 A의 속력은 6 m/s이다. 그래프는 A와 B 사이의 거리  $s$ 를 시간에 따라 나타낸 것이다.



이에 대한 옳은 설명만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.) [3점]

< 보 기 >

- ㄱ. 충돌 전 B의 운동량 크기는  $4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ 이다.
- ㄴ. 충돌 후 운동량 크기는 A가 B보다 크다.
- ㄷ. 충돌하는 동안 B가 A로부터 받은 충격량 크기는  $8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄴ      ④ ㄱ, ㄷ      ⑤ ㄴ, ㄷ

[solution]

A와 B는 충돌 전 8m/s로 가까워지고 있으며 충돌 후 8m/s로 멀어지고 있습니다.

탄성 충돌의 경우 충돌 전후 상대속도의 크기가 같은데, 질량도 같으므로 서로의 속도를 교환하는 것을 알 수 있습니다.

처음 B의 속도는  $-2\text{m/s}$ 가 되어야 하므로

충돌 후 A와 B의 속도는 각각  $-2\text{m/s}$ ,  $+6\text{m/s}$ 가 됩니다.

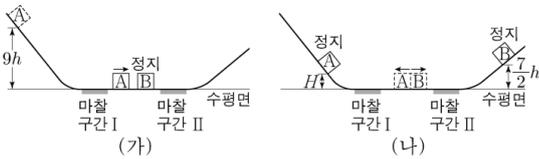
답: ①

## Theme3. 운동량과 충격량

### Chapter9. 탄성 충돌과 에너지 보존 <연습 문제>

[2024학년도 수능]

2. 그림 (가)와 같이 질량이  $m$ 인 물체 A를 높이  $9h$ 인 지점에 가만히 놓았더니 A가 마찰 구간 I을 지나 수평면에 정지한 질량이  $2m$ 인 물체 B와 충돌한다. 그림 (나)는 A와 B가 충돌한 후, A는 다시 I을 지나 높이  $H$ 인 지점에서 정지하고, B는 마찰 구간 II를 지나 높이  $\frac{7}{2}h$ 인 지점에서 정지한 순간의 모습을 나타낸 것이다. A가 I을 한 번 지날 때 손실되는 역학적 에너지는 B가 II를 지날 때 손실되는 역학적 에너지와 같고, 충돌에 의해 손실되는 역학적 에너지는 없다.



$H$ 는? (단, 물체는 동일 연직면상에서 운동하고, 물체의 크기, 공기 저항, 마찰 구간 외의 모든 마찰은 무시한다.)

- ①  $\frac{5}{17}h$     ②  $\frac{7}{17}h$     ③  $\frac{9}{17}h$     ④  $\frac{11}{17}h$     ⑤  $\frac{13}{17}h$

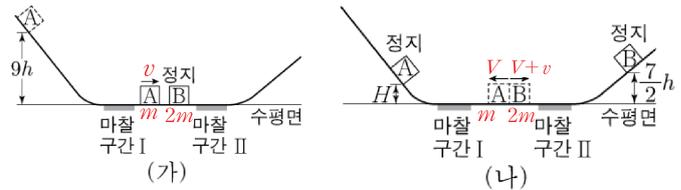
[solution]

이 문항도 역학적 E 문제이기 때문에 전체 풀이는 생략하고 충돌 전후 속력의 상대값을 구하는 부분만 학습해 보겠습니다. 조건에서 충돌에 의해 손실되는 역학적 에너지는 없다고 하였으므로 '운동량 보존 법칙'과 '역학적 에너지 보존'공식을 모두 사용해야 합니다.

하지만 이렇게 문제를 풀게 될 경우 운동에너지 공식에 속력 제곱이 포함되기 때문에 이차식으로 구성된 방정식 풀어야하고 시간이 오래걸립니다.

하지만 탄성 충돌(E 보존)의 성질을 이용하면 문제를 빠르게 해결할 수 있습니다.

충돌하기 전 A의 속도를  $+v$ 라고 한다면 상대속도의 크기가  $v$ 이기 때문에 충돌 후 상대속도의 크기도  $v$ 가 됩니다. 그림 다음 그림과 같이 속도를 나타낼 수 있습니다.

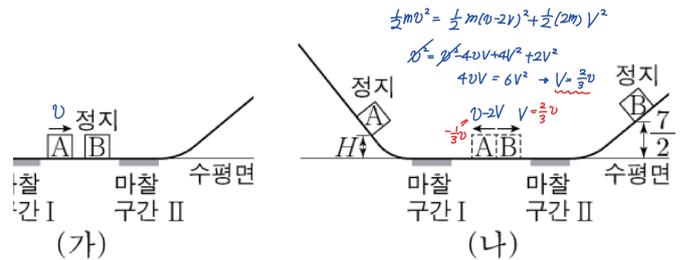


(가)와 (나)에서 운동량 보존 법칙을 적용해보면

$$mv = mV + 2m(V+v) \text{ 이므로 } V = -\frac{1}{3}v$$

### ※참고

만약 운동 에너지를 이용해서 속력을 찾는 경우 다음과 같은 방법으로 푸시면 됩니다.



쫓쫓이 끌고 나가면 못 할 정도는 아닌데... 빠르게 풀 수 있는 방법을 학습해 두시는 것을 권장 드립니다.