제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\dfrac{5}{\sqrt[3]{25}}\right)^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\dfrac{1}{5}$ ② $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 1 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

$\left(\dfrac{5}{5^{\frac{2}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

2. 함수 $f(x)=x^2+x+2$에 대하여 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

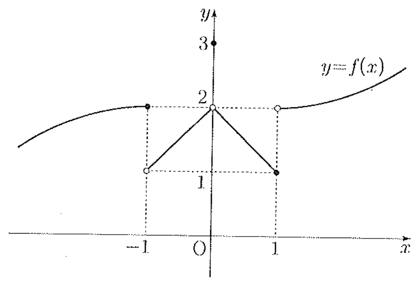
$f'(x)=2x+1$ $f'(2)=5$

3. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum\limits_{k=1}^{5}(a_k+1)=9$이고 $a_6=4$일 때, $\sum\limits_{k=1}^{6}a_k$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$\sum\limits_{k=1}^{5}a_k=4$ $\therefore \sum\limits_{k=1}^{6}a_k=8$

4. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to 0+}f(x)+\lim\limits_{x\to 1-}f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$2+1=3$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. 함수 $f(x)=(x^2-1)(x^2+2x+2)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f'(x) = 2x(x^2+2x+2)+(x^2-1)(2x+2)$

$f'(1) = 2\cdot5 = 10$

6. $\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$인 θ에 대하여 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3}{5}$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

$\sin(\theta-\frac{\pi}{2}) = -\cos\theta = \frac{3}{5}$ $\therefore \sin\theta = -\frac{4}{5}$

7. x에 대한 방정식 $x^3-3x^2-9x+k=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은? [3점]

① 13 ② 16 ③ 19 ④ 22 ⑤ 25

let $f(x) = x^3-3x^2-9x$

$f'(x) = 3x^2-6x-9 = 3(x-3)(x+1)$

$f(-1)=5$ $f(3)=-27$

$\therefore k=-5, 27$ $-5+27=22$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. $a_1 a_2 < 0$ 인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_6 = 16, \quad 2a_8 - 3a_7 = 32$$

일 때, $a_9 + a_{11}$의 값은? [3점]

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$a^2 r < 0 \quad \therefore r < 0$

$ar^5 = 16 \qquad ar^6(2r-3) = 32$

$r(2r-3) = 2 \qquad 2r^2 - 3r - 2 = 0$

$(2r+1)(r-2) = 0 \qquad \therefore r = -\frac{1}{2}$

$a_9 + a_{11} = ar^5(r^3 + r^5) = 16 \cdot \left(-\frac{1}{8} - \frac{1}{32}\right)$

$= -\frac{5}{2}$

9. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2} & (x < 0) \\ -x^2 + 3 & (x \ge 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f(x)+a)^2$이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① $-\frac{9}{4}$ ② $-\frac{7}{4}$ ③ $-\frac{5}{4}$ ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

$-\left(-\frac{1}{2} + a\right) = 3 + a$

$-\frac{5}{2} = 2a \qquad a = -\frac{5}{4}$

10. 다음 조건을 만족시키는 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 9π일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

(가) $3\sin A = 2\sin B$
(나) $\cos B = \cos C$

① $\frac{32}{9}\sqrt{2}$ ② $\frac{40}{9}\sqrt{2}$ ③ $\frac{16}{3}\sqrt{2}$

④ $\frac{56}{9}\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{64}{9}\sqrt{2}$

$R = 3 \qquad a : b = 2 : 3 \qquad b = c$

$\cos A = \frac{3^2 + 3^2 - 2^2}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9} \qquad \sin A = \frac{4\sqrt{2}}{9}$

$\sin B = \frac{2\sqrt{2}}{3} \qquad \therefore b = c = 4\sqrt{2}$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} (4\sqrt{2})^2 \cdot \frac{4\sqrt{2}}{9} = \frac{64\sqrt{2}}{9}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

11. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-1}{x-a}=3$$

을 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 y절편이 4일 때, $f(1)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$f'(a)=3$ $f(a)=1$ $f(0)=0$

$y=3x+4=3(x-a)+1$ $\therefore a=-1$

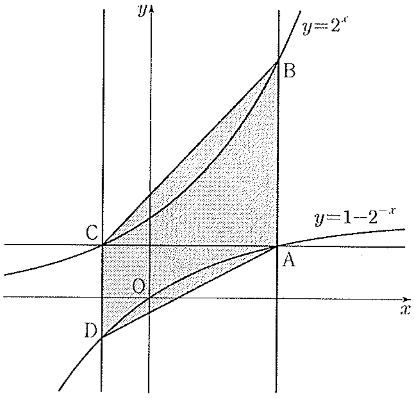
$f'(-1)=3$ $f(-1)=1$

$f(x)=(x+1)^3+k(x+1)^2+3(x+1)+1$

$f(0)=0$ $\therefore k=-5$

$\therefore f(1)=8-20+6+1=-5$

12. 그림과 같이 곡선 $y=1-2^{-x}$ 위의 제1사분면에 있는 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 C, 점 C를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=1-2^{-x}$과 만나는 점을 D라 하자. $\overline{AB}=2\overline{CD}$일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



① $\frac{5}{2}\log_2 3-\frac{5}{4}$ ② $3\log_2 3-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{2}\log_2 3-\frac{7}{4}$

④ $4\log_2 3-2$ ⑤ $\frac{9}{2}\log_2 3-\frac{9}{4}$

let $t=2^x$ $t-1+\frac{1}{t}=2\left(-\frac{1}{t}+\frac{t}{t-1}\right)$

$t=3$

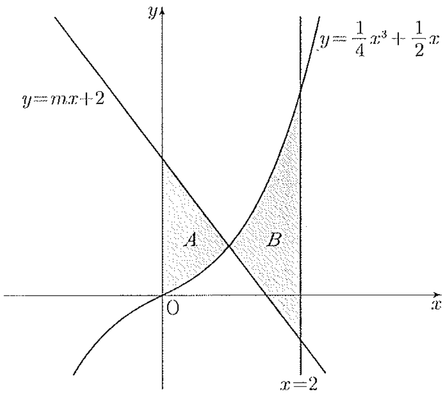
$\square ABCD=\frac{1}{2}\left(\frac{7}{3}+\frac{7}{6}\right)\left(\log_2 3-\log_2\frac{2}{3}\right)$

$=\frac{7}{4}(2\log_2 3-1)=\frac{7}{2}\log_2 3-\frac{7}{4}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

13. 곡선 $y=\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{2}x$와 직선 $y=mx+2$ 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y=\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{2}x$와 두 직선 $y=mx+2$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자. $B-A=\frac{2}{3}$일 때, 상수 m의 값은? (단, $m<-1$) [4점]

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{17}{12}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{5}{4}$ ⑤ $-\frac{7}{6}$



$$\int_0^2 \left\{ \left(\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{2}x\right)-(mx+2) \right\} dx = \frac{2}{3}$$

$$\left[\frac{1}{16}x^4+\frac{1}{4}x^2-\frac{m}{2}x^2-2x\right]_0^2$$

$$= 2-2m-4=\frac{2}{3} \qquad m=-\frac{4}{3}$$

14. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합은? [4점]

$\log_2\sqrt{-n^2+10n+75}-\log_4(75-kn)$의 값이 양수가 되도록 하는 자연수 n의 개수가 12이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$-n^2+10n+75>0 \qquad n^2-10n-75<0$

$(n-15)(n+5)<0 \qquad -5<n<15$

$75-kn>0 \qquad n<\frac{75}{k}$

$\log_4 \frac{-n^2+10n+75}{75-kn}>0$

$-n^2+10n+75>75-kn$

$n^2-(10+k)n<0 \qquad 0<n<10+k$

$n<\frac{75}{k}$

$\therefore k=3, 6$

$3+6=9$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 상수 $k(k \geq 0)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} 2x-k & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능하다.
> (나) 모든 실수 x에 대하여
> $\int_0^x g(t)\{|t(t-1)|+t(t-1)\}\,dt \geq 0$이고
> $\int_3^x g(t)\{|(t-1)(t+2)|-(t-1)(t+2)\}\,dt \geq 0$이다.

$g(k+1)$의 최솟값은? [4점]

① $4-\sqrt{6}$ ② $5-\sqrt{6}$ ③ $6-\sqrt{6}$
④ $7-\sqrt{6}$ ⑤ $8-\sqrt{6}$

(가) $f(k)=k$, $f'(k)=2$

(나)

0 1

$0 \leq \frac{k}{2} \leq 1$

-2 1

$1 \leq \frac{k}{2}$

$\therefore k=2$

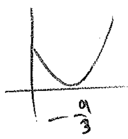
$f(2)=2$ $f'(2)=2$

let $f(x+2)=x^3+ax^2+2x+2$

$x \geq 0$에서 증가

$f'(x+2)=3x^2+2ax+2$ $x \geq 0$에서 $f'(x+2) \geq 0$

$a<0$



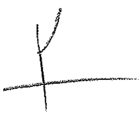
$-\frac{a}{3}$

$\frac{a^2}{3}-\frac{2a^2}{3}+2 \geq 0$

$-\sqrt{6} \leq a \leq \sqrt{6}$

$a=-\sqrt{6}$

$a>0$



$\therefore g(3)=f(3)=1-\sqrt{6}+4=5-\sqrt{6}$

단답형

16. 방정식 $\log_2(x+1)-5=\log_{\frac{1}{2}}(x-3)$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점] 7

$x>3$

$\log_2(x+1)(x-3)=5$ $(x+1)(x-3)=32$

$x^2-2x-35=0$ $x=7$

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2+2$이고 $f(0)=3$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

23

$f(x)=2x^3+2x+3$ $f(2)=23$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

18. $\sum_{k=1}^{9}(ak^2-10k)=120$일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

2

$a\cdot\frac{9\cdot10\cdot19}{6}-10\cdot\frac{9\cdot10}{2}=120$

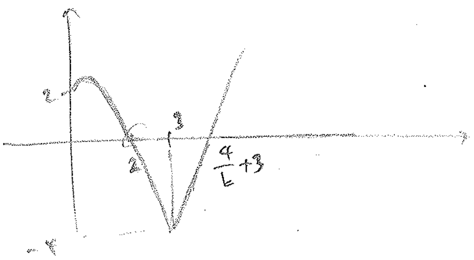
$15\cdot19a=570 \quad a=2$

19. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\ge0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=\begin{cases}-t^2+t+2 & (0\le t\le3)\\ k(t-3)-4 & (t>3)\end{cases}$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 두 번째로 바뀌는 시각에서의 점 P의 위치가 1일 때, 양수 k의 값을 구하시오. [3점]

16

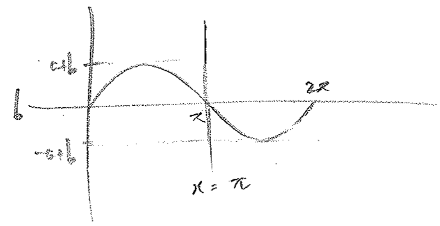


$\int_0^3(-t^2+t+2)dt-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{k}\cdot4=1$

$-9+\frac{9}{2}+6-\frac{8}{k}=1 \quad \frac{8}{k}=\frac{1}{2} \quad k=16$

20. 5 이하의 두 자연수 a, b에 대하여 열린구간 $(0,\,2\pi)$에서 정의된 함수 $y=a\sin x+b$의 그래프가 직선 $x=\pi$와 만나는 점의 집합을 A라 하고, 두 직선 $y=1$, $y=3$과 만나는 점의 집합을 각각 B, C라 하자. $n(A\cup B\cup C)=3$이 되도록 하는 a, b의 순서쌍 $(a,\,b)$에 대하여 $a+b$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M\times m$의 값을 구하시오. [4점]

24



i) $a+b=3$, $-a+b=1$ $\quad a=1,\ b=2$

ii) $b=3 \quad a=3,\ 4,\ 5$

iii) $b=1 \quad a=3,\ 4,\ 5$

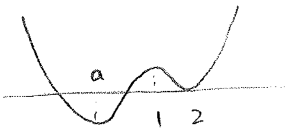
$\therefore\ M=8,\ m=3 \quad M\cdot m=24$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f'(a) \le 0$인 실수 a의 최댓값은 2이다.
> (나) 집합 $\{x \mid f(x)=k\}$의 원소의 개수가 3 이상이 되도록 하는 실수 k의 최솟값은 $\frac{8}{3}$이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=0$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점] 15



$\frac{8}{3}$

$f'(x) = 4(x-a)(x-1)(x-2)$

$= 4x^3 - 4(a+3)x^2 + 4(3a+2)x - 8a$

$f(x) = x^4 - \frac{4}{3}(a+3)x^3 + 2(3a+2)x^2 - 8ax$

$f(2) = 16 - \frac{32}{3}(a+3) + 8(3a+2) - 16a = \frac{8}{3}$

$-\frac{8}{3}a = \frac{8}{3}$ $\quad a=-1$

$\therefore f(x) = x^4 - \frac{8}{3}x^3 - 2x^2 + 8x$

$f(3) = 81 - 72 - 18 + 24 = 15$

22. 수열 $\{a_n\}$은

$$a_2 = -a_1$$

이고, $n \ge 2$인 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - \sqrt{n} \times a_{\sqrt{n}} & (\sqrt{n}\text{이 자연수이고 } a_n > 0\text{인 경우}) \\ a_n + 1 & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{15}=1$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 곱을 구하시오. [4점] 231

a_{15} $\cdots$ a_{10} a_9 $\cdots$ a_5 a_4

1 $\quad -4$ $\quad -5$ $\cdots$ -9 $\quad -10$

$-9+2a_2$ $(a_2 > \frac{9}{2})$

$-4+3a_3 \cdots -8+3a_3$

$-9+3a_3$ $(a_3<3)$

$-8+3a_3+2a_2$

$(-8+3a_3+2a_2>0)$

a_1 $\quad a_2$ $\quad a_3$ $\quad a_4$

12 $\quad -12$ $\quad -11$ $\quad -10$

-11 $\quad -11+2a_2$ $(=11)$ $\quad -10+2a_2$ $\quad -9+2a_2$ $\quad a_2 > \frac{9}{2}$ (o)

$-10+3a_3$ $(=5)$ $\quad -9+3a_3$ $\quad a_3<3$ (x)

$-\frac{7}{4}$ $\quad -a_2+\frac{7}{2}$ $= \frac{7}{4}$ $\quad -9+3a_3+2a_2$ $= a_3 = -a_2+\frac{9}{2}$ $\quad$ (, $\frac{11}{4}$ $\quad -8+3a_3+2a_2$ $\quad -8+\frac{33}{4}+\frac{7}{2}>0$ (o)

$12 \cdot (-\frac{7}{4}) \cdot (-11) = 231$

> ＊ 확인 사항
> ㅇ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ㅇ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

제 2 교시 수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n}+\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+\left(\frac{1}{3}\right)^{n}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

24. 곡선 $x\sin 2y+3x=3$ 위의 점 $\left(1,\ \frac{\pi}{2}\right)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$\sin 2y + 2x\cos 2y \frac{dy}{dx} + 3 = 0$

$-2 \cdot \frac{dy}{dx} = -3 \quad \frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

25. 수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n - \frac{3n^2-n}{2n^2+1}\right) = 2$$

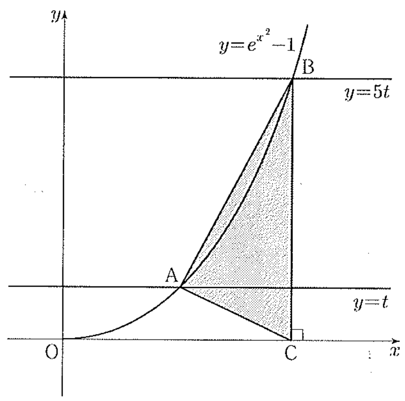
를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}(a_n^2+2a_n)$의 값은? [3점]

① $\frac{17}{4}$ ② $\frac{19}{4}$ ③ $\frac{21}{4}$ ④ $\frac{23}{4}$ ⑤ $\frac{25}{4}$

$\lim_{n\to\infty} a_n = \frac{3}{2}$ $\frac{9}{4}+3=\frac{21}{4}$

26. 양수 t에 대하여 곡선 $y=e^{x^2}-1\ (x \geq 0)$이 두 직선 $y=t$, $y=5t$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B에서 x축에 내린 수선의 발을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t\to 0+}\frac{S(t)}{t\sqrt{t}}$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{4}(\sqrt{5}-1)$ ② $\frac{5}{2}(\sqrt{5}-1)$ ③ $5(\sqrt{5}-1)$
④ $\frac{5}{4}(\sqrt{5}+1)$ ⑤ $\frac{5}{2}(\sqrt{5}+1)$



$e^{x^2}-1=t$ $x^2=\ln(1+t)$ $x=\sqrt{\ln(1+t)}$

$A(\sqrt{\ln(1+t)},\ t)$ $B(\sqrt{\ln(1+5t)},\ 5t)$

$\therefore S=\frac{1}{2}\cdot 5t\cdot(\sqrt{\ln(1+5t)}-\sqrt{\ln(1+t)})$

$$\lim_{t\to 0+}\frac{5t(\sqrt{\ln(1+5t)}-\sqrt{\ln(1+t)})}{2t\sqrt{t}}$$

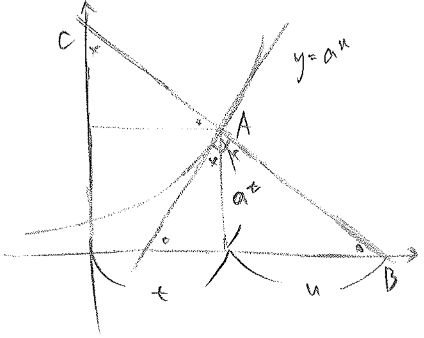
$$=\lim_{t\to 0+}\frac{5(\sqrt{\ln(1+5t)}-\sqrt{\ln(1+t)})}{2\sqrt{t}}$$

$=\frac{5}{2}\cdot(\sqrt{5}-1)$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

27. 상수 $a\,(a>1)$과 실수 $t\,(t>0)$에 대하여 곡선 $y=a^x$ 위의 점 $\mathrm{A}(t,\ a^t)$에서의 접선을 l이라 하자. 점 A를 지나고 직선 l에 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 B, y축과 만나는 점을 C라 하자. $\dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$의 값이 $t=1$에서 최대일 때, a의 값은? [3점]

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{e}$ ③ 2 ④ $\sqrt{2e}$ ⑤ e



기울기 : $a^t \ln a = \dfrac{u}{a^t}$ ∴ $u=(a^t)^2\ln a$

$\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{t}{u} = \dfrac{t}{(a^t)^2 \ln a}$

let $f(t) = \dfrac{t}{a^{2t}\ln a}$

$f'(t) = \dfrac{a^{2t}\ln a - t\,2a^{2t}(\ln a)^2}{(a^{2t}\ln a)^2}$

$t=1$ $a^2\ln a - 2a^2(\ln a)^2 = 0$

$a^2\ln a(1-2\ln a)=0$

∴ $a=\sqrt{e}$

28. 함수 $f(x)$가

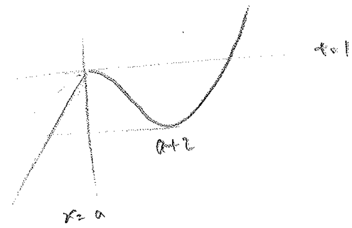
$$f(x)=\begin{cases}(x-a-2)^2e^x & (x\ge a)\\ e^{2a}(x-a)+4e^a & (x<a)\end{cases}$$

일 때, 실수 t에 대하여 $f(x)=t$를 만족시키는 x의 최솟값을 $g(t)$라 하자.

함수 $g(t)$가 $t=12$에서만 불연속일 때, $\dfrac{g'(f(a+2))}{g'(f(a+6))}$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① $6e^4$ ② $9e^4$ ③ $12e^4$ ④ $8e^6$ ⑤ $10e^6$

$x>a$ $f'(x) = 2(x-a-2)e^x + (x-a-2)^2e^x$
$= (x-a)(x-a-2)e^x$



$4e^a=12$ $e^a=3$ $a=\ln 3$

역함수 => $g'(f(\alpha)) = \dfrac{1}{f'(\alpha)}$ (α는 $f(x)=t$를 만족시키는 x의 최솟값)

$g'(f(a+2)) = \dfrac{1}{f'(\alpha)} = \dfrac{1}{e^{2a}}$ ($f(\alpha)=0,\ \alpha<a$)

$g'(f(a+6)) = \dfrac{1}{f'(a+6)} = \dfrac{1}{24e^{a+6}}$

$\dfrac{g'(f(b+2))}{g'(f(a+6))} = 24e^{-a+6} = \dfrac{24}{3}a^6 = 8a^6$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

단답형

29. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+\ln(1+x^2)+a$ (a는 상수)와 두 양수 b, c에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \ge b) \\ -f(x-c) & (x < b) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
$a+b+c=p+q\ln 2$일 때, $30(p+q)$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 유리수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점] 55

$f'(x) = x^2-2x+\frac{2x}{x^2+1} = \frac{x^2(x-1)^2}{x^2+1}$

$f(b)=-f(b-c)$ $\quad f(b)+f(b-c)=0$

let $b=c=1$ $\quad f(1)+f(0)=0$

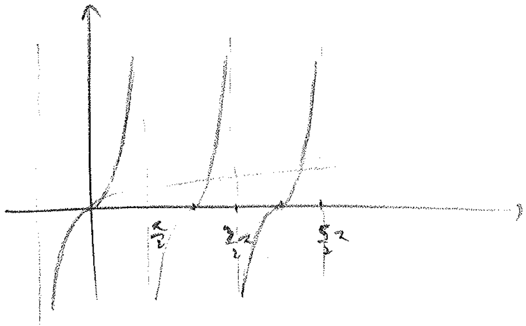
$-\frac{2}{3}+\ln 2+a+a=0$ $\quad a=-\frac{1}{2}\ln 2+\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{2}\ln 2+\frac{4}{3}$ $\quad 30(p+q)=30\left(\frac{11}{6}\right)=55$

30. 함수 $y=\frac{\sqrt{x}}{10}$의 그래프와 함수 $y=\tan x$의 그래프가 만나는 모든 점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자.

$$\frac{1}{\pi^2}\times\lim_{n\to\infty} a_n^3\tan^2(a_{n+1}-a_n)$$

의 값을 구하시오. [4점] 25



$\frac{\sqrt{a_n}}{10}=\tan a_n$ $\quad \lim_{n\to\infty} a_n \fallingdotseq \frac{2n-3}{2}\pi \fallingdotseq n\pi$

$\frac{1}{\pi^2}\cdot\lim_{n\to\infty} a_n^3\tan^2(a_{n+1}-a_n)$

$=\frac{1}{\pi^2}\cdot\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n}\pi)^3\cdot\frac{\tan a_{n+1}-\tan a_n}{1+\tan a_{n+1}a_n}$

$=\frac{1}{\pi^2}\cdot\lim_{n\to\infty}(n\pi)^3\cdot\left(\frac{\frac{\sqrt{(n+1)\pi}-\sqrt{n\pi}}{10}}{1+\frac{\sqrt{(n+1)\pi}}{10}\cdot\frac{\sqrt{n\pi}}{10}}\right)^2$

$=\frac{1}{\pi^2}\cdot\lim_{n\to\infty}(n\pi)^3\cdot\left(\frac{\frac{\sqrt{\pi}}{10(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}}{1+\frac{n\pi}{100}}\right)^2$

$=\frac{1}{\pi^2}\cdot\lim_{n\to\infty}(n\pi)^3\cdot\left(\frac{10}{2n\sqrt{n}\cdot\sqrt{\pi}}\right)^2=\left(\frac{10}{2}\right)^2=25$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.