

1. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 점 $A(-2, 0)$ 를 지나는 직선의 두 교점을 P, Q라 하자. B(1, 0)에 대하여 $\triangle BPQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하시오.

2. 함수 $f(x)$ 는 $0 \leq x < 1$ 에서 $f(x) = x^3$, 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x) + 3x^2 + 3x$ 를 만족한다.

(1) $f\left(\frac{3}{2}\right)$ 를 구하시오.

(2) $f\left(-\frac{4}{3}\right)$ 를 구하시오.

(3) $f(x) + f(-x)$ 를 구하시오.

3. 임의의 자연수 m 에 대하여, 0 이상의 정수 a 가 유일하게 존재하여, m 을 $m = 2^a b$ (b 는 양의 홀수) 로 나타내어진다. 이 a 를 $f(m)$ 이라 하자. 예를 들어,

$f(40) = f(2^3 \cdot 5) = 3$ 이다. 또 임의의 자연수 n 에 대하여 S_n 을 $S_n = \sum_{m=1}^n f(m)$ 이라 하자.

$\frac{n-1}{2} \leq S_n < n$ 임을 보이시오.

4. 다음 빈칸에 들어갈 적절한 수를 기입하시오.

a, b 는 실수이다. 이차방정식

$$(1) x^2 + ax + b = 0 \quad (2) ax^2 + bx + 1 = 0$$

가 공통으로 실근 λ 를 갖는다면 $\lambda = (\quad)$, $a + b = (\quad)$ 이다. 또 (1)과 (2)가 실수가 아닌 근을 공통으로 갖는다면 $a = (\quad)$, $b = (\quad)$ 이다.

5. 4개의 주사위를 동시에 던져, 나온 눈의 수의 합이 X 일 확률을 p_X 라 하자. 또 다항식 $(x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^4$ 의 k 차 항($0 \leq k \leq 24$)의 계수를 c_k 라 하자.

(1) $p_X = \frac{c_X}{6^4}$ 이다. 어째서인가.

(2) $E(X)$ 를 구하시오.

6. a, b 는 실수이고, $f(x) = x^2 + ax + b$ 이다. $0 \leq x \leq 1$ 을 만족하는 실수 x 의 집합을 I 라 하자.

(1) f 가 I 에서 I 로의 함수이기 위한 a, b 의 조건을 구하시오.

(2) f 가 I 에서 I 로의 일대일 대응이기 위한 a, b 의 조건을 구하시오.

7. 실수 x, y 가 부등식 $x \leq y \leq 2x - 1$ 을 만족할 때, $bx - (x + y)$ 의 최솟값이 -2 이도록 하는 b 의 값을 구하시오.