레이와 7년 1월 20일 일요일 시행

대학입학공통테스트

수학 영역 - [수학Ⅱ·수학B·수학C] 과목

<해답상의 주의>

[이 과목에는 선택 문제가 있습니다.]

1. 해답은 해답용지의 문제번호에 대응하여 해답란에 색칠하시오.
2. 문제의 글 중간의 $\boxed{아}$, $\boxed{이우}$등에는, 부호($-$) 또는 숫자($0\sim9$)가 들어간다. 아, 이, 우, ... 하나하나에는 이것들 중의 하나가 대응된다. 그것들을 답안용지의 아, 이, 우, ...로 표시된 해답란에 색칠하여 답하시오.

   예시: $\boxed{아이우}$에 -83이 들어가야 하는 경우

아	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
이	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨
우	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

3. 분수형으로 해답할 경우, 분수의 부호는 분자에 넣고 분모에 넣지 마시오.

   예를 들어, $\dfrac{\boxed{에오}}{\boxed{카}}$에 $-\dfrac{4}{5}$라고 답해야 할 경우는, $\dfrac{-4}{5}$라고 답하시오.

   또, 기약분수의 형태로 답하시오. 예를 들어, $\dfrac{3}{4}$라고 답할 것을 $\dfrac{6}{8}$과 같이 답하지 마시오.
4. 소수의 형태로 해답할 경우, 지정된 자릿수의 하나 아래 자리에서 반올림(사사오입)하여 답하시오. 또, 필요에 따라 지정된 자릿수에 맞게 ⓪에 표기하시오.

   예를 들어, $\boxed{키}.\boxed{쿠케}$에 2.5라고 답할 경우, 2.50으로 답하시오
5. 근호를 포함하는 형태로 해답할 경우, 근호의 안에 나타난 자연수가 최소가 되도록 답하시오.

   예를 들어, $4\sqrt{2}$, $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$라고 답할 것을 $2\sqrt{8}$, $\dfrac{\sqrt{52}}{4}$와 같이 답하지 마시오.
6. <$\boxed{코}$에 들어갈 수 있는 후보>와 같은 것이 제시된 경우, 선택지에서 정답에 해당하는 하나를 고르시오.*

* 본래 시험지 원본에서는 사각형의 형태로 구분하나, 편집상의 문제로 여기서는 구분하지 않습니다. 또, 정답군이 제시되는 경우 선택지가 한국과 달리 ⓪부터 시작하지 ①부터 시작하지 않음을 주의해 주세요.

** 동일한 숫자나 표현이 반복되는 경우 시험지 원본에서는 사각형의 굵기를 다르게 하여 구분하나 편집상의 문제로 이는 구현하지 못했습니다.

제 1문(배점 15) - 필수 문제

(1) $0 \leqq \theta < \pi$일 때, 방정식

$$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\sin 2\theta \ \cdots \ ①$$

의 해를 구하자. 이하에서, $\alpha=\theta+\dfrac{\pi}{6}$, $\beta=2\pi$로 하자. 이 때, ①은

$$\sin\alpha=\sin\beta \ \cdots \ ②$$

가 된다.

(i) 두 개의 일반각 α와 β가 같으면, $\sin\alpha$와 $\sin\beta$는 같다. $\alpha=\beta$를 만족시키는 θ는 $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{아}}}$이다. 이것은 ①의 해의 하나이다. 또, $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{아}}}$일 때,

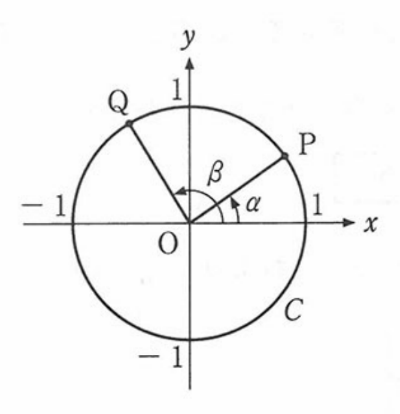
$$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\sin 2\theta=\frac{\sqrt{\boxed{\text{이}}}}{\boxed{\text{우}}}$$

로 된다.

(ii) 타로와 하나코는 $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{아}}}$ 이외의 ①의 해답을 구하는 방법에 대하여 이야기하고 있다.

타로: 각이 같지 않아도 사인값이 같은 경우가 있어.
하나코: 사인값이 같게 되는 경우는 어떤 경우인지 단위원을 이용해서 생각해 보자.

O를 원점으로 하는 좌표평면에 대하여, 중심이 O이고, 반지름이 1인 원을 C라 하자. 이 때, α의 동경과 C와의 교점을 P, β의 동경과 C와의 교점을 Q라 하자. 여기서, 동경은 O를 중심으로 하고, 그 시초선은 x축의 양의 부분으로 한다.



<참고도>

②가 성립할 때, 점 P와 점 Q 사이에 성립하는 관계를 기술한 것 중 가장 적절한 것을 아래의 ⓪~③ 중에서 고르면 $\boxed{\text{에}}$이다.

<$\boxed{\text{에}}$에 들어갈 수 있는 후보>
⓪ 점 P와 점 Q는 같은 점이다.
① 점 P와 점 Q의 x좌표가 같다.
② 점 P와 점 Q의 y좌표가 같다.
③ 점 P와 점 Q는 원점 O에 대하여 대칭이다.

(iii) $\theta \neq \dfrac{\pi}{\boxed{\text{아}}}$라고 하자.

- $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$의 경우를 생각하자. 이 때, $0 \leqq \beta \leqq \pi$이므로, ②가 성립하기 위해서는, (ii)의 고찰에 주의하면, α와 β가

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{오}}$$

를 만족시켜야 함을 알 수 있다. 이것으로부터, $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$일 때의 ①의 해

$$\theta = \frac{\boxed{\text{카}}}{\boxed{\text{키쿠}}}\pi$$

를 얻는다.

- $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$의 경우를 생각하자. 이 때, $\pi < \beta < 2\pi$이므로, ②가 성립하기 위해서는, (ii)의 고찰에 주의하면, α와 β가

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{케}}$$

를 만족시켜야 함을 알 수 있다. 이것으로부터, $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$일 때의 ①의 해

$$\theta = \frac{\boxed{\text{코사}}}{\boxed{\text{시스}}}\pi$$

를 얻는다.

이상으로부터, $0 \leqq \theta < \pi$에서 ①의 해는

$$\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{아}}},\ \frac{\boxed{\text{카}}}{\boxed{\text{키쿠}}}\pi,\ \frac{\boxed{\text{코사}}}{\boxed{\text{시스}}}\pi$$

임을 알 수 있다.

<$\boxed{\text{오}}$, $\boxed{\text{케}}$에 들어갈 수 있는 후보>(같은 답을 골라도 좋다.)

⓪ 0　　① $\dfrac{\pi}{2}$　　② π　　③ $\dfrac{3}{2}\pi$

④ 2π　　⑤ $\dfrac{5}{2}\pi$　　⑥ 3π　　⑦ $\dfrac{7}{2}\pi$

(2) $0 \leqq \theta < \pi$의 때, 방정식

$$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\cos 2\theta$$

의 해는

$$\theta=\frac{\pi}{\boxed{\text{세}}},\frac{\boxed{\text{소타}}}{\boxed{\text{치츠}}}\pi$$

이다.

제 2문(배점 15) - 필수 문제

이하의 문제를 해답할 때는, 필요에 따라 뒤의 상용로그표를 이용해도 좋다.

학교의 연못에 송사리를 키우기로 결정했다. 송사리를 담당하게 된 하나코는, 수질을 좋게 한 결과 수초 A가 수면에 떠 있게 되었음을 알게 되었다. 한편, 수초 A가 너무 증식하면 송사리에 나쁜 영향을 줄 것 같아 걱정한 하나코는, 수초A를 정기적으로 제거하기 위해, 그 작업의 방침을 **[기본 방침]**과 같이 정했다.

[기본 방침]

- 수초 A의 양을 수초 A가 연못의 수면을 차지한 면적의 비율($\%$)로 하고, 그 양을 기본으로 하여 작업설계를 세운다.
- 작업은 정오에 실시한다.

(1) 수초 A의 증가 방법을 알기 위해, 관측을 실시했다. 다음 표는 관측을 시작한 날을 0일로 하여, 0일차, 3일차, 6일차, 9일차의 정오에 관찰한 수초 A의 양을 나타낸 것이다.

관측일(일차)	0	3	6	9
수초 A의 양($\%$)	17.2	22.7	30.0	39.6

수초 A의 양이 3일마다 몇 배가 되는지를 계산하여 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림(사사오입)하면, 약 1.32배가 됨을 알 수 있다. 수초 A의 양은, 3일마다 거의 같은 배율로 증가하기 때문에, “수초 A의 양은, 1일마다 일정한 배율로 증가한다”고 생각하고, 그 배율을 상수 r로 정하자.

관측결과로부터, 3알차의 수초 A의 양은 0일차의 양의 1.32배가 된다고 생각된다. 이 때, r은 $\boxed{아} = 1.32$를 만족시켜야 한다. $\log_{10}1.32 = \boxed{이}$이므로

$$\log_{10}r = 0.\boxed{우에오카}$$

임을 알 수 있다.

<$\boxed{아}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ r ① $\frac{r}{3}$ ② $3r$ ③ r^3 ④ 3^r ⑤ $\log_3 r$

<$\boxed{이}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 0.0899 ① 0.1206 ② 0.1523 ③ 0.2148
④ 0.2405 ⑤ 0.3010 ⑥ 0.3636 ⑦ 0.4771

(2) 하나코는 **[기본 방침]**에 이어 **[조건]**을 추가하여, 작업계획을 세우기로 했다.

[조건]

- 작업은 14일마다 진행한다.
- 작업 이후에 남은 수초 A의 양을, 다음의 작업까지의 수초 A의 양이 60%를 넘지 않도록 하는 범위 내에서, 가능한 한 많게 유지한다.

작업 이후에 남은 수초 A의 양에 대해서 생각하자.
작업을 시행한 날을 0일로 하고, 다음의 작업은 14일에 실시한다. 단, 작업에 걸리는 시간은 무시한다.
다음과 같은 실수 a를 생각하자. 작업의 후에 남은 수초 A의 양을 $a\%$라고 하면, 14일째의 정오에 수초 A의 양은 정확히 60%가 된다.

이 때, (1)의 정수 r을 이용하면, 14일때의 정오에 수초 A의 양은 a의 $\boxed{키}$배가 되므로

$$a \times \boxed{키} = \boxed{쿠케} \quad \cdots \text{①}$$

가 성립한다.

①의 양변에 상용로그를 취하고, (1)에서 구한 $\log_{10} r = 0.\boxed{우에오카}$와 $\log_{10} 6 = 0.7782$임을 이용하면, $\log_{10} a = \boxed{코}$가 된다.

a를 정하는 방법으로부터, 작업의 후에 남은 수초 A의 양을 $a\%$이하로 하면, 다음 작업까지의 기간동안 수초 A의 양이 항상 60%를 넘지 않음을 알 수 있다. a 이하의 최대의 정수는 $\boxed{사시}$이므로, 하나코는 작업의 후에 남은 수초 A의 양을 $\boxed{사시}\%$로 하기로 했다.

<$\boxed{키}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ r ① $\dfrac{r}{14}$ ② $14r$ ③ r^{14} ④ 14^r ⑤ $\log_{14} r$

<$\boxed{코}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 0.7758	① 1.0670	② 1.0934	③ 1.2154
④ 1.3410	⑤ 1.4894	⑥ 1.7806	⑦ 2.4666

<상용로그표>

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996

제 3문(배점 22) - 필수 문항

k를 0이 아닌 실수로 하고, $f(x)$를 이차함수로 하자. $F(x)$와 $G(x)$는 모두 도함수가 $f(x)$인 함수이고, $F(x)$는 $x=0$일 때 극솟값 0을 갖고, $G(x)$는 $x=k$일 때 극댓값 0을 갖는다.

(1) 먼저, $F(x)=2x^3+3x^2$의 때를 생각하자.

$F(x)$의 도함수가 $f(x)$이므로

$$f(x)=\boxed{\text{아}}x^2+\boxed{\text{이}}x$$

이며, $F(x)$는 $x=\boxed{\text{우에}}$에서 극댓값을 갖는다. 또, $G(x)$의 도함수가 $f(x)$이므로

$$G(x)=\boxed{\text{오}}x^3+\boxed{\text{케}}x^2+C \ (C\text{는 적분상수})$$

로 표현되며, $G(x)$는 $x=\boxed{\text{키}}$에서 극솟값을 갖는다. 따라서 $G(x)$의 조건으로부터 적분상수 $C=\boxed{\text{쿠케}}$임을 알 수 있다.

(2) 다음으로, $k>0$의 때를 생각하자.

이 때, $F(x)$와 $G(x)$에 관한 조건으로부터, $y=F(x)$의 그래프와 $F(x)$, $G(x)$의 극값에 관하여 조사하자.

(i) $F(x)$가 $x=0$에서 극솟값을 가지므로, $f(0)=\boxed{\text{코}}$이며, $x=0$ 부근에서 $f(x)$의 부호는 $\boxed{\text{사}}$. 또한, $G(x)$가 $x=k$에서 극댓값을 가지므로, $f(k)=\boxed{\text{시}}$이며, $x=k$ 부근에서 $f(x)$의 부호는 $\boxed{\text{스}}$. 그러므로, $F(x)$의 도함수는 $f(x)$임에 주의하면, 좌표평면에서의 $y=F(x)$의 그래프의 개형은 $\boxed{\text{세}}$임을 알 수 있다.

<$\boxed{\text{사}}$, $\boxed{\text{스}}$에 들어갈 수 있는 후보>(같은 것을 골라도 좋다.)

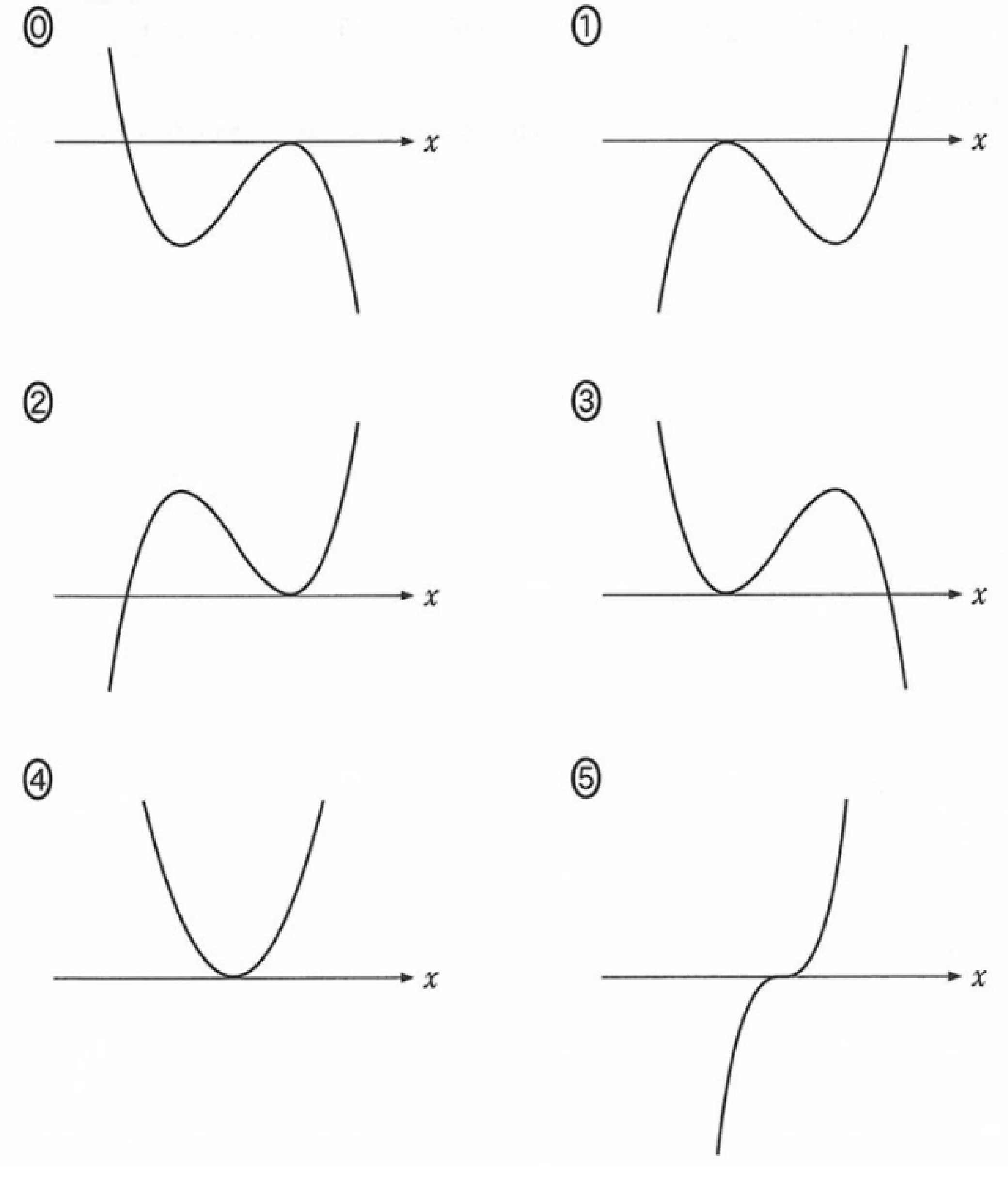
⓪ 음(-)에서 양(+)으로 변한다

① 양(+)에서 음(-)으로 변한다

② 변하지 않는다

<$\boxed{\text{세}}$에 들어갈 수 있는 후보>

단, y축은 생략되어 있으며, 위쪽을 y축의 양의 방향으로 하고, x축은 직선 $y=0$이다.



(ii) $F(x)$에 관한 조건으로부터, 모든 실수 x에 대하여

$$F(x)=\int_{\boxed{타}}^{\boxed{소}} f(t)dt$$

가 성립한다. 이 것과 (i)의 고찰로부터, $F(x)$의 극댓값은

$$\int_{\boxed{츠}}^{\boxed{치}} f(t)dt$$

로 표현되고, 이는 함수 $y=\boxed{테}$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 $\boxed{토}$와 같음을 알 수 있다.

이와 더불어 $G(x)$에 관한 조건으로부터, $F(x)$의 극댓값은, $G(x)$의 $\boxed{나}$와 같음을 알 수 있다.

<$\boxed{소}$, $\boxed{타}$, $\boxed{치}$, $\boxed{츠}$에 들어갈 수 있는 후보>(같은 것을 골라도 좋다.)

⓪ 0 ① 1 ② k ③ x

<$\boxed{테}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ $f(x)$ ① $F(x)$ ② $G(x)$

<$\boxed{토}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 면적 ① 면적의 -1배

<$\boxed{나}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 극솟값 ① 극댓값

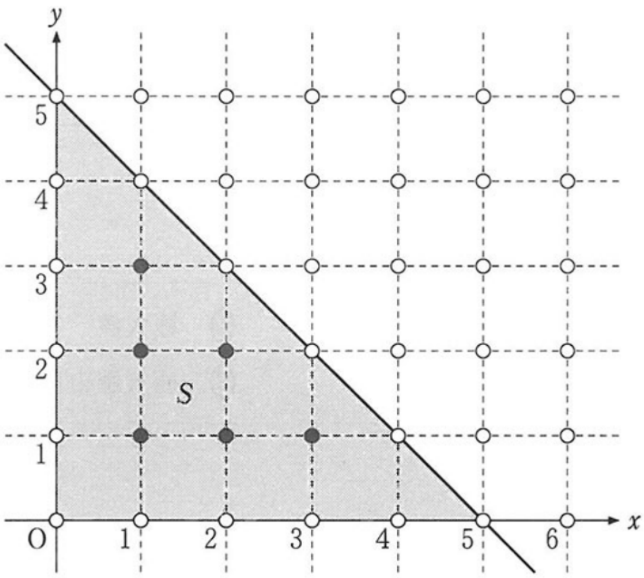
② 극솟값의 -1배 ③ 극댓값의 -1배

여기서부터는 선택 문제입니다.
제 4문~제 7문 중 총 3개의 문항을 골라 해답하시오.

제 4문(배점 16) - 선택 문제

좌표평면상의 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다. 여러 개의 직선이나 곡선으로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 격자점의 개수를 생각하자. 단, 여기서 '도형의 내부'는 도형의 경계를 포함하지 않는다.

예를 들어, 직선 $y=-x+5$와 x축, y축으로 둘러싸인 도형을 S라 하자. S는 그림 1의 회색 부분이며, S의 내부에 있는 격자점을 검은 점으로, 내부에 있지 않은 격자점을 하얀 점으로 표시하였다. 즉, S의 내부에 있는 격자점의 개수는 6이다.



<그림 1>

(1) 직선 $y=3x$와 x축, 직선 $x=21$로 둘러싸인 도형을 T라고 하자. T의 내부에 있는 격자점의 수를 생각하자.

직선 $x=1$위의 격자점 중 T의 내부에 있는 것은 점$(1,1)$과 점 $(1,2)$의 2개이다. 점 $(1,0)$과 점 $(1,3)$은 T의 경계에 있으므로 내부에 있지 않다.

n을 정수로 한다. 직선 $x=n$이 T의 내부에 있는 격자점을 통과하기 위해서는 $1 \leqq n \leqq 20$이어야 한다. $1 \leqq n \leqq 20$일 때, 직선 $x=n$위의 격자점 중 T의 내부에 있는 것의 개수를 a_n이라 하자. $a_1=2$이고, $a_2=\boxed{\text{아}}$, $a_3=\boxed{\text{이}}$이다. 수열 $\{a_n\}$은 $\boxed{\text{우}}$가 $\boxed{\text{에}}$인 $\boxed{\text{오}}$수열이다.

즉, T의 내부에 있는 격자점의 개수는 $\boxed{\text{카키쿠}}$이다.

<$\boxed{\text{우}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 공차　　① 공비

<$\boxed{\text{오}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 등차　　① 등비

(2) n을 자연수로 하자. 함수 $y=2^x$의 그래프와 x축, y축 그리고 직선 $x=n+1$로 둘러싸인 도형을 U라고 하자.

k를 정수로 하자. 직선 $x=k$가 U의 내부에 있는 격자점을 지날 때, 그 격자점의 개수는 $\boxed{\text{케}}$이다. 즉, U의 내부에 있는 격자점의 개수는

$$\sum_{k=1}^{\boxed{\text{코}}}\left(\boxed{\text{케}}\right)=\boxed{\text{사}}$$

이다.

<$\boxed{\text{케}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ $2k-2$　　① $2k-1$　　② $2k$

③ $2^{k-1}-2$　　④ $2^{k-1}-1$　　⑤ 2^{k-1}

⑥ 2^k-2　　⑦ 2^k-1　　⑧ 2^k

<$\boxed{\text{코}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ $n-1$　　① n　　② $n+1$

③ $2n-1$　　④ $2n$　　⑤ $2n+1$

⑥ 2^n-1　　⑦ 2^n　　⑧ 2^n+1

<$\boxed{사}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ $2^{n}-2n-1$ ① $2^{n}-2n$ ② $2^{n}-n-1$

③ $2^{n}-n$ ④ $2^{n}-3$ ⑤ $2^{n+1}-2n-2$

⑥ $2^{n+1}-2n-1$ ⑦ $2^{n+1}-n-2$ ⑧ $2^{n+1}-n-1$

⑨ $2^{n+1}-3$

(3) a, b, c는 정수이고, $a>0$, $b^{2}-4ac<0$을 만족한다. 포물선 $y=ax^{2}+bx+c$와 x축, y축 그리고 직선 $x=n+1$로 둘러싸인 도형을 V라고 하자. 모든 자연수 n에 대하여 V의 내부에 포함된 격자점의 수가 n^{3}이 되도록 하는 a, b, c의 값을 구하면, $a=\boxed{시}$, $b=\boxed{스세}$, $c=\boxed{소}$이다.

제 5문(배점 16) - 선택 문제

이하의 문제를 해답할 때, 필요하다면 마지막에 제시된 정규분포표를 이용해도 좋다.

Q지역은 레몬을 제배하고 있다. 수확된 레몬을 무게에 따라서 사이즈마다 분류하고 있다. (표 1) 과거에 수확된 레몬의 무게는 평균이 110 g, 표준편차가 20 g인 정규분포를 따른다.

표1 레몬의 사이즈와 무게의 대응관계

사이즈	레몬 1개의 무게
S	80 g 이상 90 g 미만
M	90 g 이상 110 g 미만
L	110 g 이상 140 g 미만
2L	140 g 이상 170 g 미만
기타	80 g 미만 또는 170 g 이상

(1) Q지역에서 금년도 수확한 레몬의 무게(단위는 g)는, 과거에 수확한 레몬의 분포와 동일한 분포를 보인다. 즉, 금년도에 수확한 레몬의 무게를 확률변수 X로 하면, X는 정규분포 $N(110, 20^2)$을 따른다. 따라서, 금년도 수확한 레몬 중 무작위로 1개를 추출하면, 그 레몬이 L 사이즈일 확률은, $P(110 \leqq X < 140) = P(110 \leqq X \leqq 140)$, 즉 $0.\boxed{아이우에}$이다.

Q지역에서 금년 수확한 레몬이 20만개일 때, 그 중에서 L 사이즈의 레몬의 개수를 Y로 표시하면, Y는 이항분포를 따르며, Y의 평균(기댓값)은 $\boxed{오}$로 된다.

<$\boxed{오}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 13100　① 13360　② 31740　③ 68260

④ 86640　⑤ 100000　⑥ 168260　⑦ 186640

(2) 타로와 하나코는 Q지역에서 올해 수확된 레몬으로부터 몇 개를 추출하여, 금년도 수확된 레몬의 무게의 평균(모평균)을 추정하는 방법에 대해 이야기하고 있다.

타로: 모평균을 신뢰도 95%의 신뢰구간의 크기를 4 g 이하로 해서 추정하고 싶어.

하나코: 모표준편차를 과거와 동일한 20 g으로 하면, 몇 개의 레몬의 무게를 측정해야 좋을까?

타로: 신뢰구간의 식으로부터 필요한 표본의 크기를 구해보자.

모평균에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 크기를 4 g 이하가 되도록 하기 위해 필요한 표본의 크기를 구해보자. 지금, Q지역에서 금년도 수확된 레몬의 전체를 모집단으로 하고, 그 무게의 모평균을 m g, 모표준편차를 σ g이라고 하자. 이 모집단으로부터 무작위로 추출한 n개의 레몬의 무게를 확률변수 W_1, W_2, ..., W_n으로 나타내고, 표본의 크기 n이 충분히 클 때, 표본평균 $\overline{W}=\frac{1}{n}\left(W_1+W_2+\cdots+W_n\right)$는 근사적으로 정규분포 $N\left(m, \boxed{\text{카}}\right)$을 따른다. 단, m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 $A \leqq m \leqq B$로 나타내면, 신뢰구간의 크기는 $B-A=\frac{\boxed{\text{키}}}{\sqrt{n}}$이 된다.

즉, 모표준편차를 과거와 같이 $\sigma=20$으로 하고, n에 관한 부등식

$$\frac{\boxed{\text{키}}}{\sqrt{n}} \leqq 4 \quad \dots \text{①}$$

를 만족시키는 자연수 n을 구하면 된다. ①의 양변이 모두 양수이므로, 각 변을 제곱해서 정리하면, $\left(\boxed{\text{키}}\right)^2 \leqq 16n$이 된다. 이 부등식을 만족시키는 최소의 자연수 n을 n_0라 하면, $n_0=\boxed{\text{쿠케코}}$로 된다. 그러므로, m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 크기가 4 g 이하로 되도록 하기 위해 필요한 표본의 크기는 n, 즉 최소의 값이 $\boxed{\text{쿠케코}}$임을 알 수 있다.

<카에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ σ ① $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ② $\frac{\sqrt{\sigma}}{n}$ ③ $\frac{\sigma}{n}$

④ σ^2 ⑤ $\frac{\sigma^2}{\sqrt{n}}$ ⑥ $\frac{\sigma^2}{n}$ ⑦ $\frac{\sigma^2}{n^2}$

<키에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ σ ① 1.65σ ② 1.96σ

③ 2σ ④ 3.3σ ⑤ 3.92σ

(3) 타로와 하나코는, Q지역에서 올해 수확된 레몬의 무게에 대하여 이야기하고 있다.

타로: 금년의 레몬의 무게는, 타 지역에서는 예년에 비해 가볍다는 것 같아.
하나코: Q지역에서도, 과거의 평균 110 g에 비해 가벼우려나?
타로: 표본의 크기를 400, 모표준편차를 과거와 같은 20 g으로 해서, 가설검정을 해보자.

---

(2)의 m을 이용하여, Q지역의 올해 수확된 레몬의 무게의 모평균 m g이 과거의 평균 110 g보다 가벼운지, 유의수준 $5\%(0.05)$로 가설 검정을 행하여 증명하고자 한다. 단, 표본의 크기는 400, 모표준편차는 과거와 같은 20 g으로 한다.
여기서, 통계적으로 검정하고자 하는 가설을 '대립가설', 대립가설과 반대되는 가정으로 설계된 가설을 '귀무가설'로 한다. 이 때, 귀무가설은 '$m=100$', 대립가설은 '$\boxed{\text{사}}$'가 된다. 이것까지의 가설에 대하여, 유효수준 5%에서 귀무가설이 기각되는지 여부를 판정한다.
귀무가설이 옳다고 가정하자. 표본의 크기 400은 충분히 크므로, (2)의 표본평균 $\overline{W}$는 근사적으로 정규분포 $\boxed{\text{시}}$를 따른다. 무작위 추출한 400개의 레몬의 무게의 평균이 108.2 g이었다. 이 때, 확률 $P(\overline{W} \leqq 108.2)$는 $0.\boxed{\text{스세소타}}$로 된다. 이 값을 퍼센트(백분율)로 표시한 값은 유효수준 5%보다 $\boxed{\text{치}}$. 따라서, 유효수준 5%에서 올해 수확한 레몬의 무게의 모평균은 110 g보다 가볍다고 $\boxed{\text{츠}}$.

<$\boxed{\text{사}}$에 들어갈 수 있는 후보>
⓪ $m<110$ ① $m \leqq 110$ ② $m=110$ ③ $m \geqq 110$ ④ $m>110$

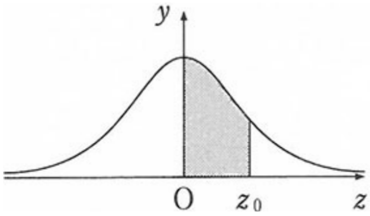
<$\boxed{\text{시}}$에 들어갈 수 있는 후보>
⓪ $N(108.2,400)$ ① $N(108.2,20)$ ② $N(108.2,1)$
③ $N(110,400)$ ④ $N(110,20)$ ⑤ $N(110,1)$

<$\boxed{\text{치}}$에 들어갈 수 있는 후보>
⓪ 작기 때문에, 귀무가설은 기각되지 않는다
① 작기 때문에, 귀무가설은 기각된다
② 크기 때문에, 귀무가설은 기각되지 않는다
③ 크기 때문에, 귀무가설은 기각된다

<$\boxed{\text{츠}}$에 들어갈 수 있는 후보>
⓪ 판단할 수 있다
① 판단할 수 없다

정규분포표

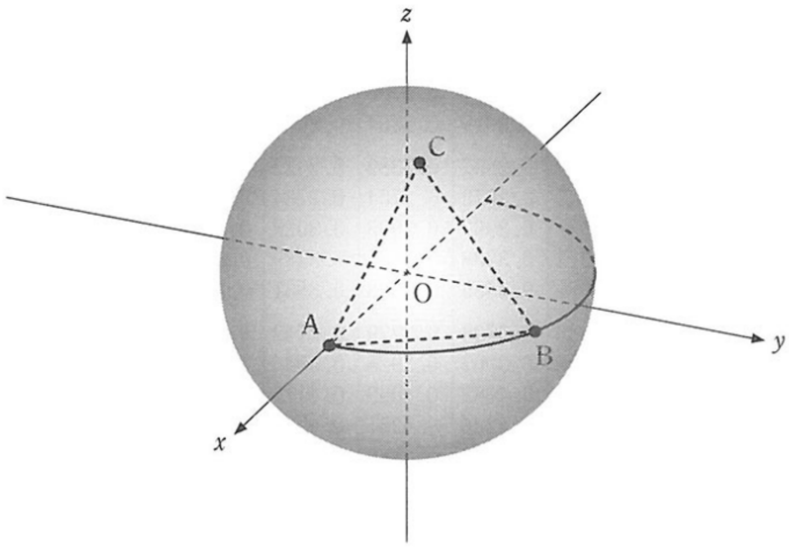
다음의 표는, 표준정규분포의 분포곡선에 대하여 그림의 회색 부분의 면적의 값을 나타낸 것이다.



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998

제 6문(배점 16) - 선택문항

O를 원점으로 하는 좌표공간에 대하여, O를 중심으로 하는 반지름 1의 구를 S로 하자. S위의 두 개의 점 $\mathrm{A}(1,0,0)$, $\mathrm{B}(a,\sqrt{1-a^2},0)$를 잡는다. 단, a는 $-1<a<1$인 실수이다. S상의 점 C를, $\triangle\mathrm{ABC}$가 정삼각형이 되기 위해서는 어느 위치에 잡아야 하는지 생각해 보자.



참고도

(1) 점 C의 좌표를 (x,y,z)로 하자. C가 S위에 있을 때

$$|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|^2=\boxed{아}$$

이다. 이를 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$의 성분을 이용해 나타내면

$$x^2+y^2+z^2=\boxed{아}$$ … ①

로 된다.

이어서, $\triangle\mathrm{ABC}$가 정삼각형이라고 하자. $\triangle\mathrm{OAC}$와 $\triangle\mathrm{OAB}$는, 대응하는 세 쌍의 변의 길이가 각각 같기 때문에, 합동이다. 따라서, 대응하는 각의 크기도 같으므로

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\boxed{이}$$

가 성립한다. 이를 벡터의 성분을 이용해 나타내면

$$x=\boxed{우}$$ … ②

로 된다. 동일하게 $\triangle\mathrm{OBC}$와 $\triangle\mathrm{OAB}$도 합동이기 때문에

$$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\boxed{이}$$

가 성립하고, 이를 벡터의 성분을 이용해 나타내면

$$\boxed{에}x+\boxed{오}y=\boxed{우}$$

로 된다.

역으로, 실수 x, y, z가 ①, ②, ③을 만족시킬 때, $\mathrm{C}(x,y,z)$는 S위의 점이고, $\triangle\mathrm{ABC}$는 정삼각형이 된다는 것을 알 수 있다.

<$\boxed{이}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 0	① 1	② $\lvert\overrightarrow{\mathrm{AB}}\rvert$
③ $\lvert\overrightarrow{\mathrm{AB}}\rvert^2$	④ $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\bullet\overrightarrow{\mathrm{OB}}$	⑤ $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\bullet\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

<$\boxed{우}$, $\boxed{에}$, $\boxed{오}$에 들어갈 수 있는 후보>(같은 것을 골라도 좋다.)

⓪ a	① $(1+a)$	② $(1-a)$
③ a^2	④ $(1-a^2)$	⑤ $\sqrt{1-a^2}$

(2) a에 구체적인 값을 대입하여, $\triangle\mathrm{ABC}$가 정삼각형이 되는 S상의 점 C가 있는지 조사해 보자.

(i) $a=\dfrac{3}{5}$ 일 때, ②와 ③을 만족시키는 실수 x, y는

$$x=\frac{\boxed{카}}{\boxed{키}},\ y=\frac{\boxed{쿠}}{\boxed{케코}}$$

이다. 이 x, y에 대응하여, ①을 만족시키는 실수 z는 $\boxed{사}$. 따라서, $\triangle\mathrm{ABC}$가 정삼각형이 되도록 하는 S상의 점 C는 $\boxed{사}$.

(ii) $a=-\dfrac{3}{5}$의 때도 조사하자. (i)과 같은 방법으로 생각하면, $\triangle\mathrm{ABC}$가 정삼각형이 되도록 하는 S상의 점 C는 $\boxed{시}$는 것을 알 수 있다.

<$\boxed{사}$, $\boxed{시}$에 들어갈 수 있는 후보>(같은 것을 골라도 좋다.)

⓪ 존재하지 않는다
① 정확히 한 개 존재한다
② 정확히 두 개 존재한다
③ 정확히 세 개 존재한다
④ 정확히 네 개 존재한다
⑤ 무한히 많이 존재한다

(3) $\triangle\mathrm{ABC}$가 정삼각형이 되는 S위의 점 C가 존재하기 위해, a에 관한 조건을 찾아보자.

실수 x, y, z는, ①, ②, ③을 만족한다고 하자. ②와 ③으로부터

$$x=\boxed{\text{우}},\ y=\frac{\boxed{\text{우}}(1-\boxed{\text{에}})}{\boxed{\text{오}}}$$

이다. 이 때, ①로부터

$$z^2=\boxed{\text{아}}-x^2-y^2=\frac{\boxed{\text{스}}}{1+a}$$

로 된다. 단, $z^2\geqq 0$, $1+a>0$이기 때문에 $\boxed{\text{스}}\geqq 0$이다.

역으로, $\boxed{\text{스}}\geqq 0$일 때, ①, ②, ③을 만족시키는 x, y, z가 존재함을 알 수 있다.

이상으로부터, $\boxed{\text{세}}$는 $\triangle\mathrm{ABC}$가 정삼각형이 되기 위한 S상의 점 C가 존재하기 위한 필요충분조건이다.

<$\boxed{\text{스}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ $1-2a$
① $(1-a)^2$
② $(1+2a)^2$
③ $(1+2a)(1-a)$
④ $(1-2a)(1-a)$
⑤ $(1-2a^2)(1+2a)$
⑥ $(1+2a^2)(1-a)$
⑦ $(1-2a^2)(1-a)$

<$\boxed{\text{세}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ $-1<a<1$

① $-1<a\leqq\frac{1}{2}$

② $-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqq a\leqq\frac{\sqrt{2}}{2}$

③ $-\frac{1}{2}\leqq a\leqq\frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{2}\leqq a<1$

⑤ $\frac{1}{2}\leqq a<1$

⑥ $-1<a\leqq-\frac{1}{2}$ 또는 $\frac{1}{2}\leqq a<1$

⑦ $-1<a\leqq-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 또는 $\frac{\sqrt{2}}{2}\leqq a<1$

제 7문(배점 16점) - 선택 문항

α, β, γ는 서로 다른 복소수이고, 복소평면상의 3개의 점 $\mathrm{A}(\alpha)$, $\mathrm{B}(\beta)$, $\mathrm{C}(\gamma)$를 잡는다. 직선 AB와 직선 AC의 관계에 대해 생각하자.
이하에서, 복소수의 편각은 0 이상 2π미만으로 한다.

(1) $\alpha=3+2i$, $\beta=7$, $\gamma=7+10i$의 경우를 생각하자. $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$의 편각을 구하자.

$$\gamma-\alpha=\boxed{아}+\boxed{이}i$$
$$\beta-\alpha=\boxed{우}-\boxed{에}i$$

이므로

$$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\boxed{오}$$

이고, $\boxed{오}$의 편각은 $\boxed{카}$이다.

<$\boxed{오}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ i ① $1+i$ ② 2 ③ $2i$
④ $-i$ ⑤ $1-i$ ⑥ -2 ⑦ $-2i$

<$\boxed{카}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 0 ① $\dfrac{\pi}{6}$ ② $\dfrac{\pi}{4}$ ③ $\dfrac{\pi}{3}$
④ $\dfrac{\pi}{2}$ ⑤ $\dfrac{3}{4}\pi$ ⑥ π ⑦ $\dfrac{5}{4}\pi$
⑧ $\dfrac{3}{2}\pi$ ⑨ $\dfrac{7}{4}\pi$

(2) $\omega=\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$로 두자. 직선 AB와 직선 AC가 수직으로 만나기 위해서는, ω의 편각이 $\dfrac{\pi}{2}$ 또는 $\dfrac{3}{2}\pi$일 때이다. 이 때, ω는 $\boxed{키}$이므로

$$\omega+\overline{\omega}=\boxed{쿠}$$

이다. 역으로, $\omega\neq 0$에 주의하면, $\omega+\overline{\omega}=\boxed{쿠}$일 때, ω는 $\boxed{키}$이므로, 직선 AB와 직선 AC가 수직으로 만난다.

<$\boxed{\text{키}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 0이 아닌 실수 ① $1+i$ 또는 $1-i$

② 순허수(실수부가 0인 허수) ③ $-1+i$ 또는 $-1-i$

<$\boxed{\text{쿠}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ 0 ① 1 ② 2 ③ i

④ $2i$ ⑤ -1 ⑥ -2 ⑦ $-i$

(3) z를 0, 2, -2가 아닌 복소수로 하자.

(i) $\alpha=z$, $\beta=2$, $\gamma=\dfrac{4}{z}$로 하자. 직선 AB와 직선 AC가 수직으로 만나기 위한 조건을 생각하자.

$$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\frac{\dfrac{4}{z}-z}{2-z}=1+\frac{2}{z}$$

가 성립하므로, 직선 AB와 직선 AC가 수직으로 만나기 위한 필요충분조건은

$$\left(1+\frac{2}{z}\right)+\overline{\left(1+\frac{2}{z}\right)}=\boxed{\text{쿠}}$$

이다. 이것은

$$2+\frac{2}{z}+\frac{2}{\bar{z}}=\boxed{\text{쿠}}$$

로 변형할 수 있다. 여기서 이 양 변에 $z\bar{z}$를 곱하여 정리하면, 직선 AB와 직선 AC가 수직으로 만나기 위한 필요충분조건은 $\boxed{\text{케}}$임을 알 수 있다. 이어서, 직선 AB와 직선 AC가 수직으로 만나기 위한 점 z전체를 복소평면상에 도시하면 $\boxed{\text{코}}$가 된다.

<$\boxed{\text{케}}$에 들어갈 수 있는 후보>

⓪ $|z|=|z-4|$ ① $|z|=|z-2|$

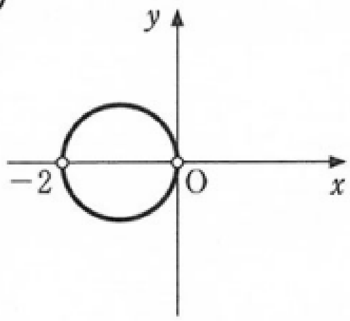
② $|z|=|z+4|$ ③ $|z+1|=|z-1|$

④ $|z-1|=1$ ⑤ $|z|=2$

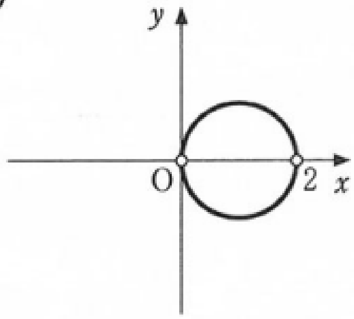
⑥ $|z+1|=1$ ⑦ $|z|=\sqrt{2}$

<코에 들어갈 수 있는 후보>

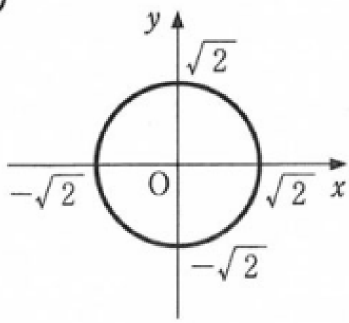
⓪



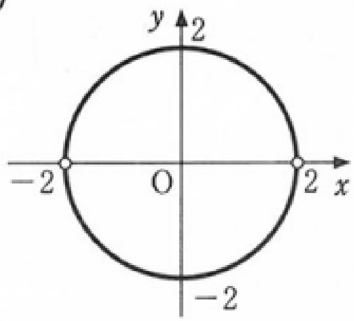
①



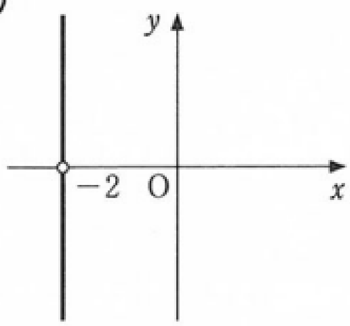
②



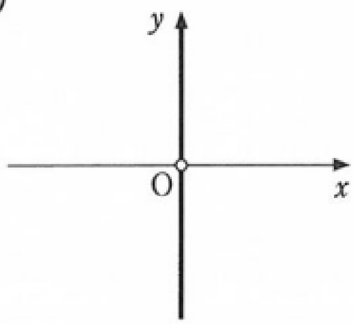
③



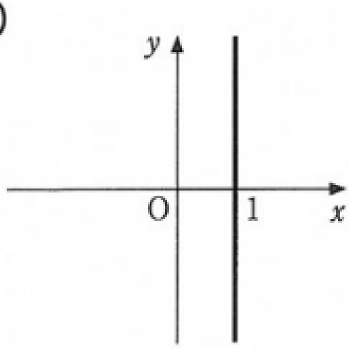
④



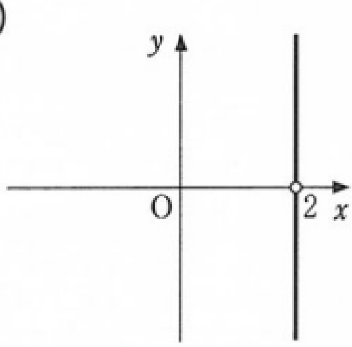
⑤



⑥



⑦

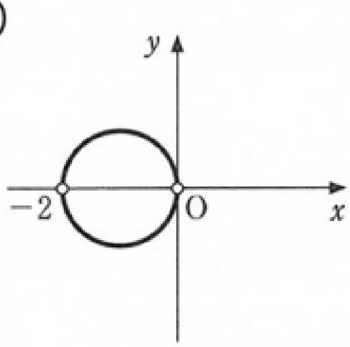


(ii) (i)의 α, β, γ를 각각 -1배 한 복소수 $\alpha' =-z$, $\beta' =-2$, $\gamma=-\dfrac{4}{z}$에 관하여 생각하자. 복소평면의 서로 다른 세 점 $\mathrm{A}'(\alpha')$, $\mathrm{B}'(\beta')$, $\mathrm{C}'(\gamma')$에 있어서, 직선 $\mathrm{A}'\mathrm{B}'$과 직선 $\mathrm{A}'\mathrm{C}'$이 수직이 되기 위한 z 전체를 복소평면상에 도시하면 $\boxed{\text{사}}$가 된다.

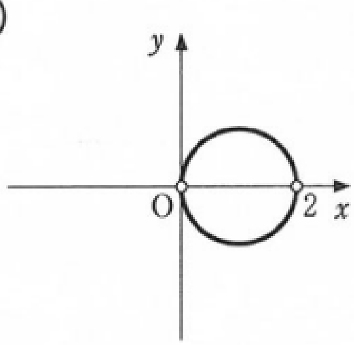
(iii) (i)의 α, β, γ에 대한 z를 $-z$로 치환하여, $a'' =-z$, $\beta'' =2$, $\gamma'' =-\dfrac{4}{z}$에 관하여 생각하자. 복소평면상의 서로 다른 세 점 $\mathrm{A}''(\alpha'')$, $\mathrm{B}''(\beta'')$, $\mathrm{C}''(\gamma'')$에 있어서, 직선 $\mathrm{A}''\mathrm{B}''$와 직선 $\mathrm{A}''\mathrm{C}''$가 수직이 되도록 하는 z 전체를 복소평면상에 도시하면 $\boxed{\text{시}}$가 된다.

<사, 시에 들어갈 수 있는 후보>(같은 것을 골라도 좋다.)

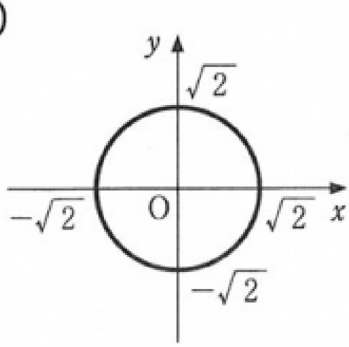
⓪



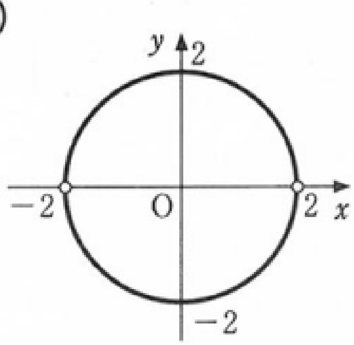
①



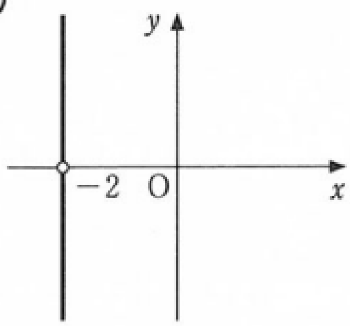
②



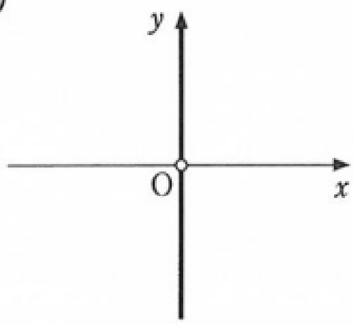
③



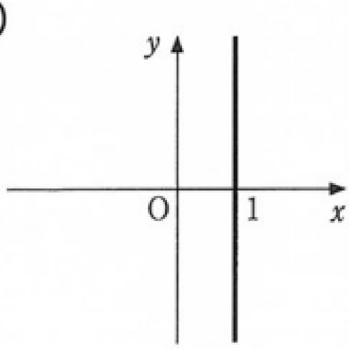
④



⑤



⑥



⑦