4월 홍현빈 모의고사 주요문항

제 2교시

수학 영역(가형)

5. 서로 같은 10개의 사탕을 3개의 묶음으로 분할하여 3명의 학생에게 나눠줄 때 가능한 경우의 수는? (단, 모든 학생은 적어도 한 개의 사탕을 받는다)[3점]

- ① 12 ② 36
- 3 48
- 4 66
- ⑤ 81
- 9. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 9} = 1$ 과 포물선 $y^2 = 4px$ 가 초점 F를 공유 하고 1사분면에 존재하는 점 P에서 만난다. 타원의 점F가 아닌 초점을 F'라 할 때, 삼각형 FF'P는 $\angle F'FP = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각 형이다. a의 값은?(단, $a^2-9>0$) [3점]
 - ① $3\sqrt{2}+3$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}+6$ ⑤ $6\sqrt{2}-6$

10. 장미꽃 4송이, 튤립 5송이, 할미꽃 3송이 총 12송이 중에서 3송이를 고를 때, 같은 종류의 꽃을 적어도 2개 고를 확률은?

[3점]

- ① $\frac{3}{11}$ ② $\frac{5}{11}$ ③ $\frac{7}{11}$ ④ $\frac{8}{11}$ ⑤ $\frac{9}{11}$

2

11. 함수
$$f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$$
에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (|f(x)| < 1) \\ 1 & (|f(x)| \ge 1) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $(x^2+ax+b)g(x)$ 가 모든 실수 x에 대하여 연속일 때, $\int_1^e (x^2+ax+b)\ln x\,dx$ 의 값은?[3점]

①
$$e^3$$
 ② $2e^3-8$ ③ $\frac{2e^3+8}{9}$ ④ $\frac{2e^3-4}{9}$ ⑤ $\frac{2e^3-8}{9}$

12. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 와 집합 $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 치역이 $\{y \mid y \geq 2\}$ 인 함수 f의 개수는?

[3점]

① 64 ② 62 ③ 31 ④ 27 ⑤ 15

3

 $[13\sim14]$ 좌표평면에 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 과 타원 위의 점 A (4,a)에서의 접선 l이 존재한다.13번과 14번의 물음에 답하시오.

- **13.** 접선*l* 이 *y*축과 만나는 점을 B라 할 때, 삼각형 ABO의 넓이는?(단, ○는 원점이다.)[3점]
- 14. 직선 x=t와 타원이 만나는 두 점을 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 g(t)라 하자. 점 A에서의 타원의 접선 l과 직선 $x=-k,\ x=5,\ x$ 축으로 둘러싸인 넓이가 $\int_0^5 g(t)dt$ 의 값과 같아지게 하는 양수 k에 대하여 $2k^2+25k$ 의 값은?

[4점]

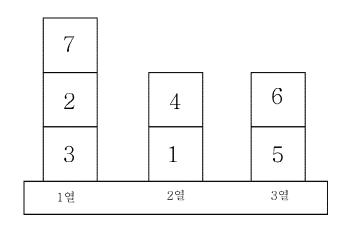
① 105 ② 203 ③ 472 ④ 525 ⑤ 625

4

15. 쌍곡선 $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{24} = 1$ 과 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ 이 만나는 점 중제 1사분면 위에 있는 점을 P라 하고, 쌍곡선의 두 초점 중점 P와의 거리가 더 긴 점을 F라 하자. 중심이 원점이고 선분 FP에 접하는 원의 넓이는?[4점]

① π ② 4π ③ 7π ④ 9π ⑤ 16π

17. 그림과 같이 숫자 1부터 7까지 쓰여있는 나무토막 7개와 나무토막을 놓을 수 있는 1열, 2열, 3열이 있다. 나무토막을 1, 2, 3열에 빈 열이 없게 쌓는 경우의 수는?(단, 나무토막을 돌려놓거나 뒤집는 경우는 생각하지 않는다.)[4점]

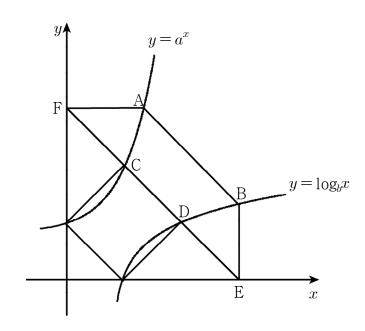


① 15 ② 504 ③ 5400 ④ 10800 ⑤ 75600

18. 120장의 카드 뭉치에는 *O*카드가 40개, *X* 카드가 80개가 들어있다. 카드뭉치에서 카드 한 개를 뽑아 확인하고 다시 넣는 시행을 5번해서 O카드가 총 3번 나왔을 때, 3번째 시행 때 O카드가 나왔을 확률은? (단, O카드와 X카드의 크기는 같 다.)[4점]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{8}{27}$ ⑤ $\frac{8}{81}$

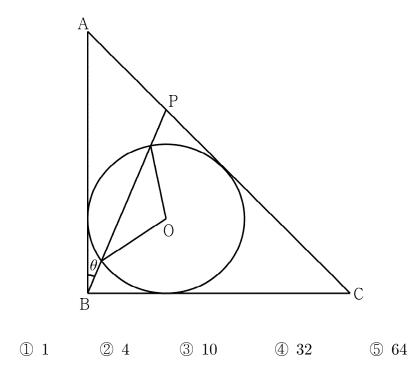
19. 그림과 같이 좌표평면에 두 곡선 $y=a^x, y=\log_b x$ 와 점 A, B, C, D 에서 만나고 점 A, B, E, F 를 꼭짓점으로 하는 등변 사다리꼴이 있다. 점 E와 점 F는 각각 x축, y축과 위의 점이 며 선분 AF는 x축과, 선분 BE는 y축과 평행하다. 점 C,D와 (1,0),(0,1)을 꼭짓점으로 하는 사각형이 정사각형일 때, 선분 AB의 길이는? (단, a와 b는 상수이다.) [4점]



① $\sqrt{2} (3 - \log_2 3)$ ② $\sqrt{2} (6 - \log_2 3)$ ③ $2(3 - \log_2 3)$

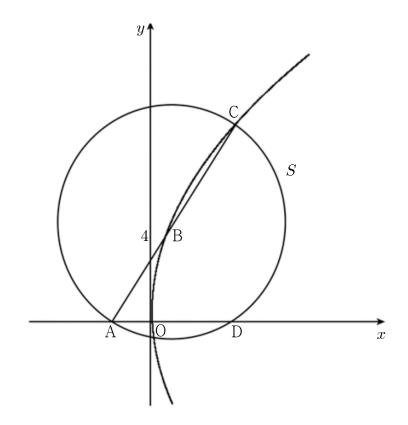
 $4 \ 2(6-\log_2 3) \ 5 \ 3-\log_2 3$

20. 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 에 내접하고 반지름이 2, 중심이 점 O인 원이 있다. 선분 AC 위의 \angle ABP = θ 인 점 P 에 대하여 선분 BP 와 원이 만나서 생기는 두 점과 점 O를 이은 삼각형의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \to 0} \frac{\{S(\theta)\}^2}{\theta}$ 의 값은?



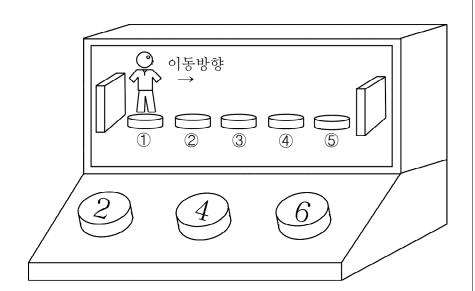
- 27. 빨간 공 3개와 검은 공 2개, 파란 공 3개를 3명의 학생에게 나눠줄 때, 다음 조건을 만족하게 나눠준다.
 - (가) 빨간 공을 나눠준 학생에겐 검을 공을 나눠줄 수 없고, 검은 공을 나눠준 학생에겐 빨간 공을 나눠줄 수 없다.
 - (나) 모든 학생은 적어도 한 개의 공은 받아야 한다.

남는 공이 없이, 조건을 만족하며 나눠줬을 때, 가능한 경우의 수를 구하시오.[4점] 28. 그림과 같이 포물선 위에 중심이 있고 포물선의 준선과 접하는 원 S가 있다. 원의 중심을 점 B라 하고 x축과 만나는 두 점을 각각 A,D, 포물선과 y>0에서 만나는 점을 C라 하자. 세 점 A,B,C는 한 직선 위에 있고 점 B의 y좌표는 4일 때, 삼각형 OBC의 넓이를 구하시오. [4점]



- 29. 다음 그림과 같이 숫자 2,4,6이 각각 한 개씩 쓰여있는 세개의 버튼과 ①,②,③,④,⑤의 숫자가 각각 한 개씩 쓰여있는 다섯개의 자리와 ①번 자리에 사람이 오른쪽을 바라보고 서 있는 화면을 갖춘 오락기가 있다. 이 오락기는 다음과 같은 규칙을 따른다.
 - (가) "2"버튼을 누르면 앞으로 2칸, "4"버튼을 부르면 앞으로 4칸, "6"버튼을 누르면 앞으로 6칸을 간다.
 - (나) 앞으로 가던 도중 벽을 만나면 뒤로 돌아서 간다.
 - (다) 같은 숫자의 버튼을 연이어 누를 수 없다.

예를 들어, "2"버튼을 누르면 사람은 "③"자리에 서있게 되고이 상태에서 "6"버튼을 누르면 사람은 "①"자리에 서있게 된다. 그림과 같은 초기상황에서 버튼을 3번눌러 도착한 자리와 3번 더 눌러서 도착한 자리가 같을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. p+q의 값을 구하시오.(단, p 와 q는 서로소인 자연수이다.)[4점]



30. 함수 $f(x) = \left(\frac{2elnx}{x}\right)^2 - k$ 와 실수 t에 대하여 함수 f(x)위의 임의의 점 P(t,f(t))와 x축 위의 두 점 O(0,0), A(4,0)을 이어 만든 삼각형 POA의 넓이를 g(t)라 하자. 양수 n에 대하여 직선 y = n과 곡선 y = g(t)의 교점의 개수의 최댓값과 최솟값의 합이 7이 되게하는 k값의 범위는 a < k < b이다. a + b의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.)[4점]

※ 확인 사항

 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.