

2017학년도 수시 논술 대비
러닝코트 수리 논술 모의고사
TYPE I



자 연 계 열

성명		지원 학부·학과		수험 번호										
----	--	----------	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



유의 사항

1. 75분 안에 답안을 작성하시오.
2. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하시오.
3. 답안지를 스캐너로 스캔하거나 핸드폰으로 글씨가 잘 보이게 찍은 다음 러닝코트 답안 제출 시스템으로 제출해 주세요.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
 - 1) 답안지를 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하지 않은 경우
 - 2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
 - 3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> a 는 실수 이고, $a > 0$ 이다. $n = 1, 2, 3, \dots$ 일 때, xy 좌표평면위의 세점 $(2n\pi, 0)$, $\left((2n + \frac{1}{2})\pi, \frac{1}{\{(2n + \frac{1}{2})\pi\}^a} \right)$, $((2n + 1)\pi, 0)$ 을 정점으로 하는 삼각형의 면적을 A_n 이라 정의 한다.

<나> $B_n = \int_{2n\pi}^{(2n+1)\pi} \frac{\sin x}{x^a} dx$ 라 정의 한다.

<다> $C_n = \int_{2n\pi}^{(2n+1)\pi} \frac{\sin^2 x}{x^a} dx$ 라 정의 한다.

1. 모든 $n = 1, 2, 3, \dots$ 에 대하여, 아래 부등식이 성립하는 것을 보이시오. (20점)

$$\frac{2}{\{(2n+1)\pi\}^a} \leq B_n \leq \frac{2}{(2n\pi)^a}$$

2. 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{B_n}$ 을 구하시오. (15점)

3. 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{C_n}$ 을 구하시오. (15점)

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 두 점 $A(\vec{a}), B(\vec{b})$ 를 지나는 직선의 벡터방정식은 $\vec{x} = (1-t)\vec{a} + t\vec{b}$ (단, t 는 임의의 실수) 두 점 A, B 를 지나는 직선 l 위의 임의의 점을 $P(\vec{x})$ 라 하면 $\vec{AP} = t\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{OP} - \vec{OA} = t(\vec{OB} - \vec{OA}) \Leftrightarrow \vec{x} - \vec{a} = t(\vec{b} - \vec{a})$ 이므로, $\vec{x} = (1-t)\vec{a} + t\vec{b}$ 이다.

<나> 함수 $f(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x=a, x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음과 같다.

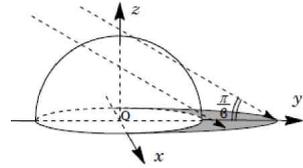
$$S = \int_a^b |y| dx = \int_a^b \{f(x)\}^2 dx$$

<다> 오른쪽 그림과 같이 공간에 입체가 주어질 때 x 축을 정하고 x 좌표가 a, b 인 두 점을 지나 x 축에 수직인 두 평면 사이에 있는 부분의 부피를 구하여 보자. 좌표가 x 인 점을 지나 x 축에 수직인 평면으로 자른 입체의 단면의 넓이 $S(x)$ 는 x 의 함수이다. 구간 $[a, b]$ 를 n 등분하고 n 개의 기둥을 만들 때 k 번째의 기둥의 부피는

$$S(x_k)\Delta x \text{ 이므로 } n \text{개의 기둥의 부피의 합 } V_n \text{은 } V_n = \sum_{k=1}^n S(x_k)\Delta x \text{ , 따라서}$$

$$\text{구하는 입체의 부피 } V \text{는 } V = \lim_{n \rightarrow \infty} V_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S(x_k)\Delta x = \int_a^b S(x) dx$$

<라> 좌표공간에서 원점 $O(0, 0, 0)$ 을 중심으로 하는 반경 1인 구가 있다. 오른쪽 그림과 같이 y 축 음의 방향에서 양의 각도 $\frac{\pi}{6}$ 에서 태양광선이 비추지고 있다. 이 태양광선은 벡터 $(0, \sqrt{3}, -1)$ 과 평행하다. 빛은 공을 통과할 수 없다.



1. <라>의 구의 $z \geq 0$ 부분이 xy 평면에 만드는 그림자를 생각한다. 실수 k 가 $-1 < k < 1$ 를 만족한다고 할 때, xy 평면에서 직선 $x=k$ 에서 공 밖에서 빛이 닿지 않은 영역의 y 의 범위를 k 를 이용하여 나타내시오. (15점)
2. <라>의 xy 평면에서 공 밖에서 빛이 닿지 않는 부분의 면적을 구하라. (15점)
3. <라>의 $z \geq 0$ 에서 공 밖에서 빛이 닿지 않는 부분의 부피를 구하여라. (20점)