

2017학년도 제헌이 모의고사 6월 (전범위)

수학 영역 (가형)

홀수형

성명		수험번호						-				
----	--	------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(‘가’ 형/‘나’ 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

쓰레기 같은 문제들입니다

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2017학년도 제헌이 모의고사 6월 (전범위)

집필 이제헌 (연세대학교 화학과)

검토 유진무
이원엽
이희성
허민영

본 모의평가에 대한 저작권은 이제헌에게 있으며,
저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물
작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련
법률에 따라 금지되어 있습니다.

무료배포된 문제나, 판매용 모의고사 일부 문항이 재구성 되어
어떤 학원의 자료로 이용되는 것을 보신다면 꼭 제보 부탁드립니다.

본 모의평가의 문제들은 판매용 모의고사의 문제들과 한 문항도 중복되지 않습니다.

제 2 교시

수학 영역 (가형)

출수형

5지선다형

1. 방정식 $\log_2 2x + \log_4 x = 4$ 를 만족시키는 x 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

2. 이항분포 $B\left(18, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 $V(X)$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

3. 함수 $f(x) = \frac{a}{x^2}$ 에 대하여 $\int_1^2 f'(x) dx = 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ -1 ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

4. 두 벡터 $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (2, 0, 1)$ 에 대하여 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 흰 공 4개와 검은 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 주머니에서 나오는 검은 공의 개수를 확률변수 X 라 하자. $P(X=1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{7}{15}$ ⑤ $\frac{8}{15}$

6. 좌표공간에서 두 구

$$S_1 : (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$$S_2 : (x-2)^2 + y^2 + (z-a)^2 = 1$$

이 서로 외접할 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

7. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$f(3)=1$, $f'(3)=2$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{f(x)} - e^{f(3)}}{x-3}$ 의 값은? [3점]

- ① $2e$ ② e^2 ③ $2e^2$ ④ e^3 ⑤ $2e^3$

8. 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3의 숫자를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 놓인
두 수의 합이 3이하인 경우의 수는? [3점]

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

9. 포물선 $y^2=8x$ 의 초점을 F라 하자. 직선 $y=x-5$ 가 이
포물선과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{AF}+\overline{BF}$ 의
값은? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

10. 지수함수 $f(x)=a^x+b$ ($a>0$)가 $f(1)=1$ 이고,

$$\lim_{x\rightarrow-\infty}\{f(x)+2\}=0$$

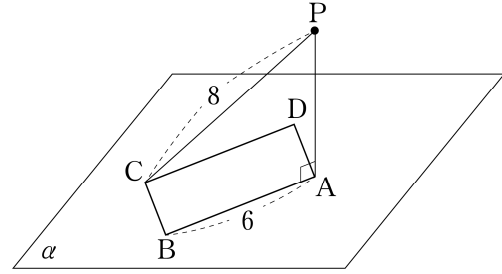
을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의
도함수가 $f'(x)=\ln x+1$ 이고 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 0일 때,
 $f(e)$ 의 값은? [3점]

- ① $e-\frac{1}{e}$ ② e ③ $e+\frac{1}{e}$
④ $e+\frac{2}{e}$ ⑤ $e+\frac{3}{e}$

12. 평면 α 위에 있는 직사각형 ABCD에 대하여 $\overline{AB}=6$ 이고,
평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발이
A이다. $\overline{PC}=8$ 일 때, 선분 PD의 길이는? [3점]



- ① $2\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ 6 ⑤ $2\sqrt{10}$

13. 표본공간 S 의 사건 A 에 대하여

$$n(S)-n(A^C)=8, \quad P(A)=\frac{2}{3}$$

일 때, $n(S)$ 의 값은? (단, 표본공간 S 의 각 원소가 일어날 가능성은 모두 같다.) [3점]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

14. 좌표공간의 두 점 $A(4, -1, 0)$, $B(1, 2, 3)$ 에 대하여 선분 AB 가 평면 $z=2$ 와 만나는 점의 좌표가 (a, b, c) 일 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{11}{3}$ ③ $\frac{13}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{17}{3}$

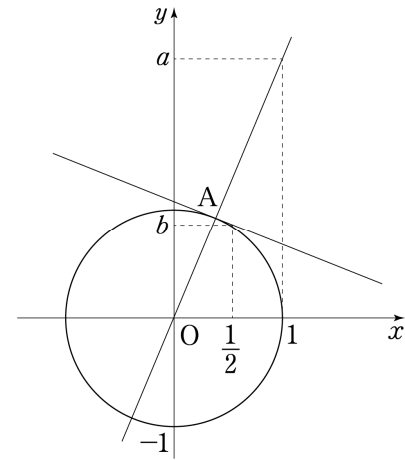
15. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 도함수

$$f'(x) = \begin{cases} f(0) & (x < 0) \\ \cos x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\left(\frac{\pi}{4}, f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. $g(-1)$ 의 값은? [4점]

- ① $2 - \frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ ② $2 - \frac{\sqrt{2}}{8}\pi$ ③ $1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\pi$
 ④ $1 - \frac{\sqrt{2}}{8}\pi$ ⑤ $1 - \frac{\sqrt{2}}{16}\pi$

16. 그림과 같이 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 A에 대하여 직선 OA와 직선 $x=1$ 의 교점의 y좌표를 a , 원 위의 점 A에서의 접선과 직선 $x=\frac{1}{2}$ 의 교점의 y좌표를 b 라 할 때, $a=3b$ 이다. 다음은 점 A의 x좌표를 구하는 과정이다.
 (단, 점 A는 제1사분면에 있는 점이고, O는 원점이다.)



$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 점 A의 좌표를 $(\cos\theta, \sin\theta)$ 라 할 때, 직선 OA의 방정식은 $y=(\tan\theta)x$ 이므로

$$a = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

음함수의 미분법을 이용하여 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식을 구하면

$$y = \frac{-(\cos\theta)x + \boxed{\text{(나)}}}{\sin\theta}$$

이고 이 직선이 점 $\left(\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지나므로 b 의 값을 구한 뒤, 등식 $a=3b$ 를 θ 에 대하여 나타내면

$$2\sin^2\theta = \boxed{\text{(다)}}$$

이다. 점 A의 x좌표는 $\cos\theta$ 이고, $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ 이므로

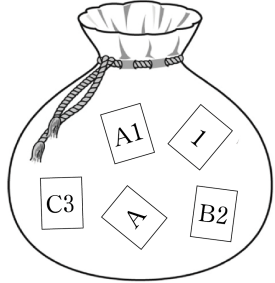
$$\cos\theta = \boxed{}$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f\left(\frac{p}{4}\pi\right) + g\left(\frac{p}{3}\pi\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{11}{4}$ ④ 3 ⑤ $\frac{13}{4}$

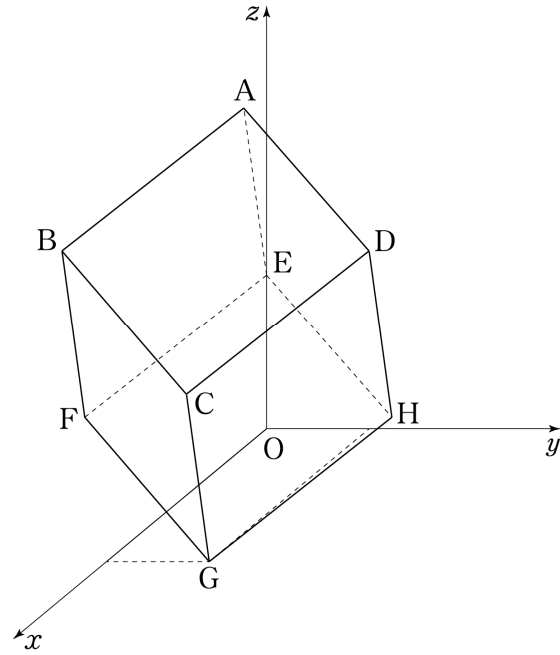
19. 주머니 안에 1, A, A1, B2, C3이 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 있다. 남학생 3명과 여학생 2명이 이 주머니에서 카드를 한 장씩 뽑을 때, 남학생 3명이 꺼낸 카드에 모두 문자가 적혀 있거나 여학생 2명이 꺼낸 카드에 모두 숫자가 적혀 있을 확률은? (단, 꺼낸 카드는 다시 넣지 않는다.) [4점]



- ① $\frac{13}{20}$ ② $\frac{7}{10}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{17}{20}$

20. 좌표공간에서 직육면체 $ABCD-EFGH$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 이 직육면체의 부피는? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- (가) 점 G 의 좌표는 $(2, 1, 0)$ 이고, 점 E 는 z 축 위에 있다.
 (나) $\overrightarrow{FE} = (-1, 1, 1)$
 (다) 직선 OD 의 방향벡터는 $\vec{u} = (2, 1, 2)$ 이다.



- ① 12 ② $6\sqrt{6}$ ③ 18 ④ $9\sqrt{6}$ ⑤ $18\sqrt{2}$

21. 함수 $f(x)=(\ln x)^2+k\ln x$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ ($t>0$)에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자.
 $t\leq a<b$ 인 임의의 두 실수 a, b 에 대하여

$$f(a)<g(b)$$

를 만족시키는 실수 t 의 최솟값이 e^{-3} 일 때, 상수 k 의 값은?
 [4점]

① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10

단 답 형

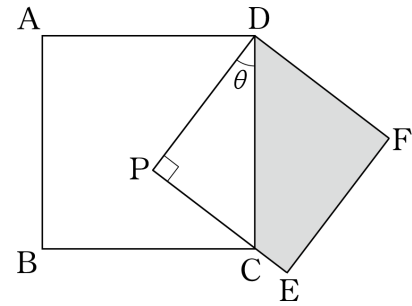
22. $x\left(x-\frac{3}{x^2}\right)^5$ 의 전개식에서 상수항을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=\frac{x^3}{x+2}$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

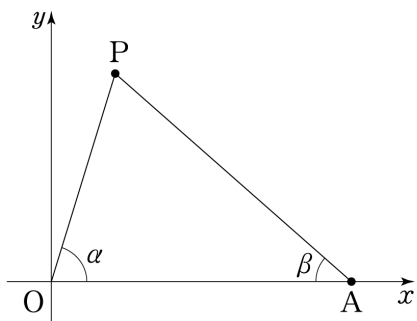
24. $a(a+b+c+d)=10$ 을 만족시키는 음이 아닌 네 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [3점]

25. $0 \leq x \leq 1$ 일 때, 좌표평면 위에 놓여 있는 어떤 입체도형을 x 축 위의 임의의 점 $(x, 0)$ 을 지나고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면은 이웃하는 두 변의 길이가 각각 $2, 3x^2+10$ 인 직사각형이다. 이 입체도형의 부피를 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 내부에 $\angle PDC = \theta$ 인 점 P를 잡고, 한 변의 길이가 \overline{PD} 인 정사각형 DPEF가 되도록 두 점 E, F를 잡는다. 점 C가 선분 PE 위에 있을 때, 사각형 DCEF의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자.
 $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\sqrt{3} + b$ 일 때, $48(a^2 + b^2)$ 의 값을 구하시오.
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]



27. 좌표평면에서 점 $A(5, 0)$ 과 제 1사분면 위의 점 P 에 대하여 $\angle POA = \alpha$, $\angle PAO = \beta$ 이다. $\tan \alpha \times \tan \beta = 2$ 일 때, 점 P 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 곡선 C 위의 점 $(1, a)$ 에서의 접선의 y 절편이 b 일 때, ab 의 값을 구하시오. [4점]



28. 어느 고등학교 학생들의 100m 달리기 시간은 평균이 m 인 정규분포를 따른다. 이 고등학교 학생 중 n 명을 임의추출하여 100m 달리기 시간을 측정했더니 평균이 11초이고, 표준편차가 3초였다. 이 고등학교 학생들의 100m 달리기 시간의 평균 m 을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간이 $10.5 \leq m \leq 10.5 + x$ 일 때, $n + x$ 의 값을 구하시오. (단, $n > 100$ 이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

29. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 0$ 이다.
 (나) $x=2$ 에서 $x=t$ ($t \geq 2$)까지 곡선 $y=f(x)$ 의 길이는 $f(t) + \frac{t^2}{4} - 4$ 이다.
 (다) $f(0) = 3$

$0 \leq x \leq 8$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 의 길이는 $a \ln 2 + b$ 이다.
 $10(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

30. $a > 0, b > 0$ 인 두 상수 a, b 에 대하여 정의역이 $\{x | x > -1\}$ 이고 역함수가 존재하는 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $-1 < x \leq 3$ 일 때 $f(x) = \frac{a}{\sqrt{x+1}} + b$ 이고,
 $x > 3$ 일 때 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이다.
 (나) 두 집합
 $A = \{(x, f(x)) | x > -1\}$
 $B = \{(f(x), x) | x > -1\}$
 에 대하여 $(3, 3) \in A \cap B$ 이다.
 (다) 곡선 $y=f(x)$ 와 두 좌표축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 11이다.

$f'(6) = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.