

- 1*

⑤ 2

8. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x)=0$ 을 만족시킨다. 두 집합 $A=\{x|f(x)=0\}$, $B=\{x|g(x)=0\}$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은? [3점]

- ① A 와 B 는 모두 무한집합이다.
- ② A 와 B 는 모두 유한집합이다.
- ③ A 가 유한집합이면 B 는 무한집합이다.
- ④ A 가 무한집합이면 B 는 유한집합이다.
- ⑤ A 가 무한집합이면 B 는 무한집합이다.

9. 다항식 $(x+a)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 160일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

10. 어떤 냉각장치에 초기 온도가 $T_0(^{\circ}\text{C})$ 인 물체 A를 넣은 뒤 m 분 후의 온도를 $T(^{\circ}\text{C})$ 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$T = a \log(5m+1) + T_0 \quad (\text{단, } a \text{는 상수이다.})$$

이 냉각장치에 초기 온도가 10°C 인 물체 A를 넣은 뒤 1분 후의 온도는 -10°C 이었다. 이 냉각장치에 초기 온도가 10°C 인 물체 A를 넣은 뒤 k 분 후의 온도가 -30°C 이었을 때, k 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

11. 흰 공 2개, 검은 공 2개가 들어있는 상자에서 1개의 공을 꺼내어 그것이 흰 공이면 동전을 3회 던지고 검은 공이면 동전을 4회 던질 때, 앞면이 3회 나올 확률은?

(단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 같다.)[3점]

① $\frac{3}{16}$

② $\frac{5}{16}$

③ $\frac{7}{16}$

④ $\frac{9}{16}$

⑤ $\frac{11}{16}$

12. 어느 공장에서 생산되는 제품의 무게가 정규분포 $N(11, 2^2)$ 을 따른다고 하자.

A 와 B 두 사람이 크기가 4인 표본을 각각 독립적으로 임의추출하였다.

A 와 B 가 추출한 표본의 평균이 모두 10 이상 14 이하가 될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[3점]

① 0.8123

② 0.7056

③ 0.6587

④ 0.5228

⑤ 0.2944

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
2	0.4772
3	0.4987

[13 ~ 14] 양의 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \log x$$

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 세 실수 $f(3)$, $f(3^t + 3)$, $f(12)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 실수 t 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

14. $f(n)$ 의 지표가 1, 가수가 α 일 때, 2α 의 정수 부분이 1인 모든 자연수 n 의 개수는? (단, $3.1 < \sqrt{10} < 3.2$) [4점]

- ① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

15. 어느 고등학교에서 특정한 제품을 선호하는 학생의 비율 p 를 알아보기로 하였다. 이 학교 학생 중에서 n 명의 학생을 임의추출하여 그 제품을 선호하는 표본비율 \hat{p} 을 구하였다. 비율 p 의 신뢰구간에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, Z 가 표준정규분포를 따를 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.)

[4점]

[보기]

- ㄱ. $n=100$ 이고 $\hat{p} = \frac{1}{5}$ 인 경우 비율 p 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $[0.1216, 0.2784]$ 이다.
 ㄴ. 신뢰도 95% 일 때, $n=400$ 인 경우의 최대 허용 표본오차는 $n=100$ 인 경우의 최대 허용 표본오차의 $\frac{1}{4}$ 이다.
 ㄷ. $n=50$ 인 표본을 100 번 임의추출하여 비율 p 의 신뢰도 95%의 신뢰구간 100 개를 구해 보면, 이 중 약 95 개는 비율 p 를 포함한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. $a > 1$ 일 때, 함수 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax - 4a + 2$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 의 한 실근을 b 라 하자.
다음은 두 수 a, b 의 크기를 비교하는 과정이다.

$f'(x) = \boxed{\text{(가)}}$ 이고 $a > 1$ 이므로
 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 $\boxed{\text{(나)}}$ 을 가진다.
 그런데 $f(1) < 0$ 이고 $f(b) = 0$ 이므로 $a \boxed{\text{(다)}} b$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|-----------------|-----|-----|-----|
| ① $6(x+a)(x+1)$ | 극소값 | | $>$ |
| ② $6(x+a)(x+1)$ | 극소값 | | $<$ |
| ③ $6(x-a)(x-1)$ | 극소값 | | $>$ |
| ④ $6(x-a)(x-1)$ | 극대값 | | $<$ |
| ⑤ $6(x-a)(x-1)$ | 극대값 | | $>$ |

17. 자연수 n 에 대하여 방정식 $x+y+z=2n+1$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 a_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

18. 그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 이고 반지름의 길이가 6인

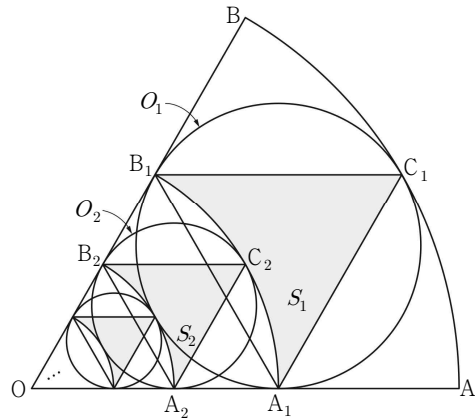
부채꼴 OAB가 있다.

부채꼴 OAB에 내접하는 원 O_1 이 두 선분 OA, OB, 호 AB와 만나는 점을 각각 A_1, B_1, C_1 이라 하고, 부채꼴 OA_1B_1 의 외부와 삼각형 $A_1C_1B_1$ 의 내부의 공통부분의 넓이를 S_1 이라 하자.

부채꼴 OA_1B_1 에 내접하는 원 O_2 가 두 선분 OA_1, OB_1 , 호 A_1B_1 과 만나는 점을 각각 A_2, B_2, C_2 라 하고, 부채꼴 OA_2B_2 의 외부와 삼각형 $A_2C_2B_2$ 의 내부의 공통부분의 넓이를 S_2 라 하자.

위와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부채꼴 OA_nB_n 의 외부와 삼각형 $A_nC_nB_n$ 의 내부의 공통부분의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $8\sqrt{3}-3\pi$ ② $8\sqrt{3}-2\pi$ ③ $9\sqrt{3}-3\pi$
④ $9\sqrt{3}-2\pi$ ⑤ $10\sqrt{3}-3\pi$

19. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$h(x) = \frac{1}{3}f(x) + \frac{2}{3}g(x)$$

<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

【 보 기 】

- ㄱ. $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 어떤 점에서 만나면 $y=h(x)$ 의 그래프는 그 교점을 지난다.
 ㄴ. $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 모두 y 축에 대하여 대칭이면 $y=h(x)$ 의 그래프도 y 축에 대하여 대칭이다.
 ㄷ. $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 가 모두 일대일 대응이면 $y=h(x)$ 도 일대일 대응이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x + a$ 에 대하여 함수 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 가

오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수 a 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 함수 $|f(x) - f(3)|$ 은 한 점에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값 5를 갖는다.

- ① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+3)}{x-2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 16$, $a_5 = 10$ 일 때, $a_k = 0$ 을 만족시키는 k 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다항함수 $f(x)$ 가 $\int_2^x f(t)dt = x^2 + ax + 2$ 를 만족시킬 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 전체집합 U 의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여

$$A \cap B^c = A, \quad n(A) = 9, \quad n(B) = 14$$

일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오.

(단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.) [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 3$ 이고,

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2} & (a_n \text{은 짝수}) \\ \frac{a_n + 93}{2} & (a_n \text{은 홀수}) \end{cases}$$

가 성립한다. $a_k = 3$ 을 만족시키는 50 이하의 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

27. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자.

$\{f(x)\}^2 + 3g(x)$ 의 값이 3이 되도록 하는 모든 x 의 값의 곱은 $10^{\frac{q}{p}}$ 이다. $10(p+q)$ 의 값을 구하시오. (단, p , q 는 서로소인 자연수이다.)
[4점]

28. 함수 $f(x) = x^3$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 되었다.

$g(0) = 0$ 이고 $\int_a^{3a} g(x) dx - \int_0^{2a} f(x) dx = 32$ 일 때, a^4 의 값을 구하시오. [4점]

29. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ a_1 = 36$$

$$(나) \ a_{n+1} - a_n = 2n - 14 \ (n \geq 1)$$

$a_n = 6$ 일 때, 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 도시 A에서 임의로 추출한 100명을 대상으로 가장 안전하다고 생각하는 교통수단을 조사한 결과, 고속버스를 택한 사람이 20명이었다. 이 결과를 이용하여 고속버스를 택한 사람의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하였더니 $[a, b]$ 이었다. 도시 B에서 임의로 추출한 n 명을 대상으로 고속버스가 가장 안전한 교통수단이라고 생각하는 사람의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하려고 한다.

이 신뢰구간의 최대 허용 표본오차가 $\frac{b-a}{2}$ 이하가 되도록 하는 n 의 최솟값을 구하시오. [4점]