



01. 좌표공간에서 다음조건을 만족하도록 네 점  $A_0, A_1, A_2, A_3$  를 잡는다.

$$(가) \quad |\overrightarrow{A_0A_1}| = 2\sqrt{3}, \quad \overrightarrow{A_0A_1} \cdot \overrightarrow{A_0A_2} = |\overrightarrow{A_0A_2}| = 6$$

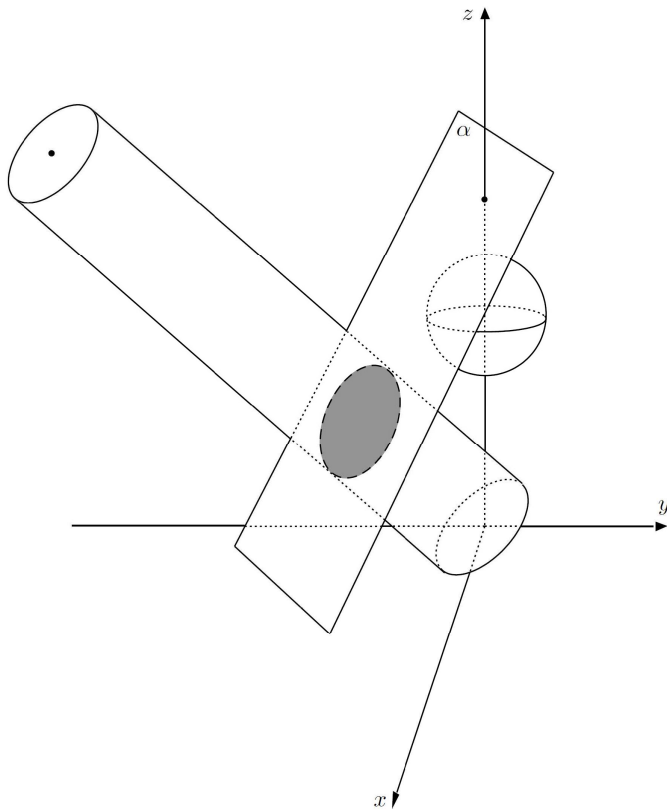
$$(나) \quad \overrightarrow{A_0A_3} \cdot \left(\frac{9}{8}\overrightarrow{A_0A_3} - \overrightarrow{A_0A_k}\right) = |4k - 10| \quad (k = 1, 2, 3)$$

두 평면  $A_1A_2A_3, A_0A_1A_3$  이 서로 이루는 각의 크기를  $\theta$  라 할 때,  
 $12\tan^2\theta$ 의 값을 구하시오.



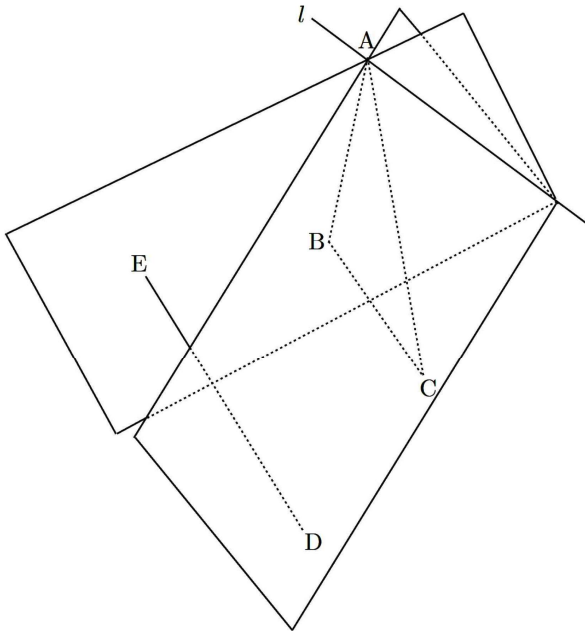
02. 좌표공간에서 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가  $\sqrt{5}$ 이고, 원점과 점(12, -12, 12)를 각각 두 밑면의 중심으로 하는 직원기둥이 있다. 구  $x^2 + y^2 + (z-6)^2 = 4$ 와 접하고 점(0, 0, 10)를 지나 는 평면  $\alpha$ 로 원기둥을 자른 단면의 넓이의 최솟값은?  
(단, 원기둥의 두 밑면은 평면  $\alpha$ 와 만나지 않는다.)

- ①  $(8 - \sqrt{6})\pi$       ②  $(4\sqrt{3} - \sqrt{6})\pi$       ③  $(6\sqrt{2} - 2\sqrt{3})\pi$
- ④  $(9 - 2\sqrt{3})\pi$       ⑤  $(12 - 4\sqrt{3})\pi$





03. 그림과 같이 한 변의 길이가  $2\sqrt{6}$  인 정삼각형 ABC와 길이가  $4\sqrt{6}$  인 선분 DE가  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ,  $\overline{BE} = \overline{CD} = 2\sqrt{6}$  를 만족시키고, 두 평면 ABC, BCDE가 서로 수직이다. 두 평면 ABE, ACD가 서로 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하고, 두 평면 ABE, ACD의 교선  $l$ 과 직선 DE 사이의 거리는  $d$ 이다.  $\frac{d}{\cos\theta}$ 의 값은?



- ① 25      ② 30      ③ 35      ④ 40      ⑤ 45



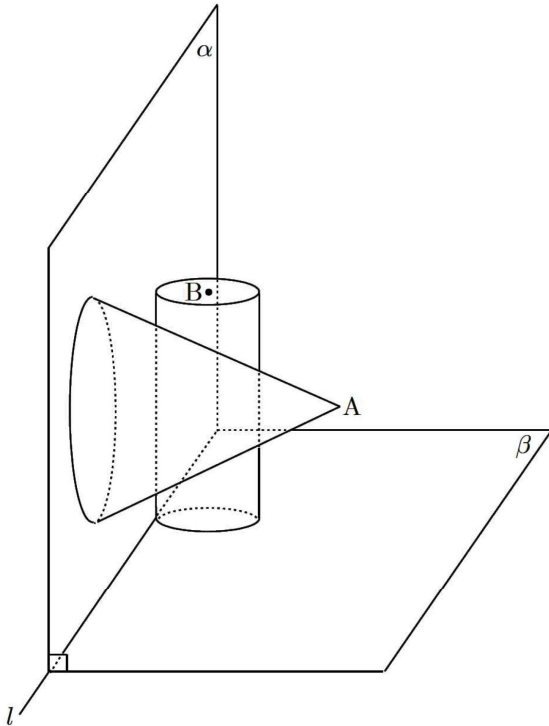
04. 좌표공간에서 중심이 C인 구  $x^2 + (y-b)^2 + (z-4)^2 = 1$ 와 두 점 A(3,0,4), B(a,0,0)이 있다.  $x$ 축을 포함하고 구의 부피를 이등분하는 평면을  $\alpha$ 라 할 때, 구와 두 점 A, B가 다음조건을 만족시킨다.

(가)  $a > 0, b > 0$

(나)  $\overline{AB} = \overline{CA} = 5$

4개의 평면ABC,  $\alpha, y=0, x=3$ 으로 둘러싸인 사면체의 부피를 구하시오.  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.)

05. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이가 3이고 높이가  $3\sqrt{3}$ 인 직원뿔이 평면 $\beta$ 와 수직인 평면 $\alpha$ 위에 놓여있고, 밑면의 반지름의 길이가  $\sqrt{3}$ 이고 높이가 9인 원기둥이 평면 $\beta$  위에 놓여있음을 나타낸 것이다.



그림과 같이  $\beta$ 위에 있는 원기둥의 밑면의 둘레가 두 평면 $\alpha, \beta$ 의 교선  $l$ 과 접하고, 원기둥과 원뿔의 옆면이 서로 외접하고 있다. 원뿔의 꼭짓점  $A$ 와 평면 $\beta$ 사이의 거리가 6이고, 평면 $\beta$ 와 만나지 않는 원기둥의 밑면의 중심을  $B$ 라 하자. 직선  $AB$ 와 직선  $l$ 이 서로 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $32\tan^2\theta$ 의 값을 구하시오.



06. 좌표공간에서 점  $A(0,0,2\sqrt{2})$ 와 평면  $y = z - 4\sqrt{2}$  위를 움직이는 점  $P$ 가 다음조건을 만족시킬 때, 점  $P$ 가 나타내는 도형의 길이는? (단,  $O$ 는 원점이다.)

(가)  $|\overrightarrow{OP}| = 4\sqrt{2}$

(나)  $8 \leq \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} \leq 12$

①  $\frac{2}{3}\pi$

②  $\frac{5}{6}\pi$

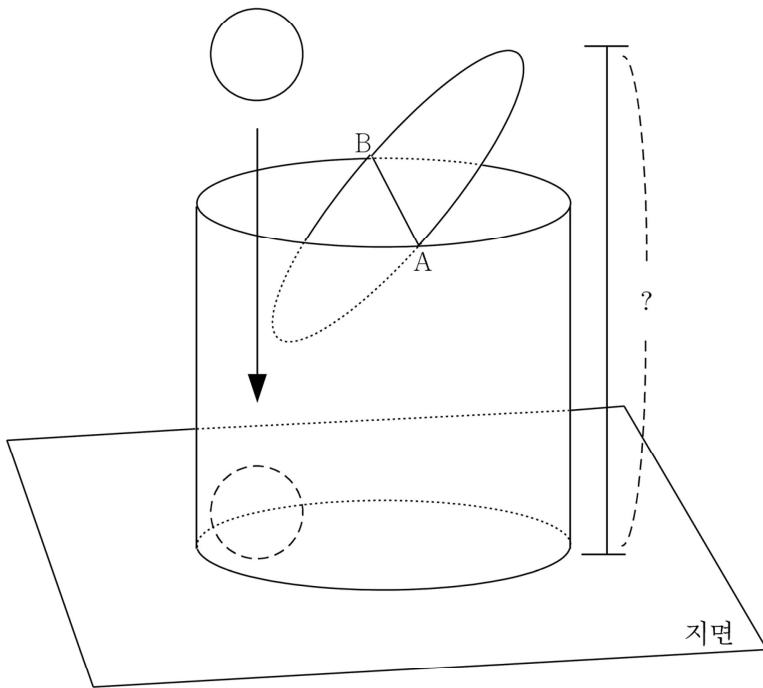
③  $\pi$

④  $\frac{4}{3}\pi$

⑤  $2\pi$



07. 그림과 같이 밑면의 지름의 길이가  $8cm$ 이고 높이가  $6\sqrt{3}cm$ 인 직원기둥 모양의 쓰레기통이 지면 위에 놓여있다. 쓰레기통의 뚜껑은 길이가  $8cm$ 인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 원판이고 직선  $AB$ 를 회전축으로 기울일 수 있다. 그림과 같이 반지름의 길이가  $1cm$ 인 구 모양의 공을 지면에 수직인 방향으로 밀어넣어 쓰레기통의 옆면과 밑바닥에 닿도록 하려면, 지면으로부터 뚜껑까지 이르는 쓰레기통의 높이는 적어도 얼마가 되어야 하는가? (단, 공은 방향을 바꾸지 않으며, 선분  $AB$ 와 만나지 않는다.)



- ①  $8\sqrt{3}cm$                       ②  $(6\sqrt{3}+1)cm$                       ③  $(6\sqrt{3}+\frac{3}{2})cm$
- ④  $7\sqrt{3}cm$                       ⑤  $(6\sqrt{3}+\frac{1}{2})cm$



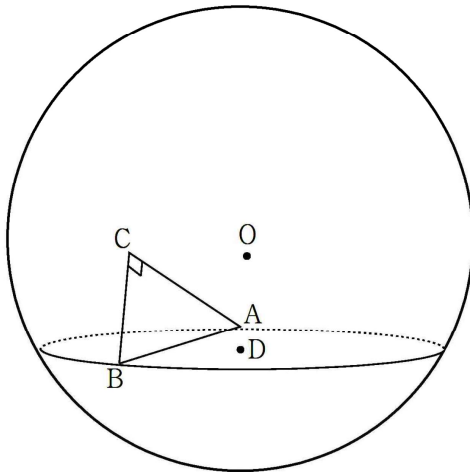
08. 좌표공간에서 평면 $\alpha: x+y+z=12$ 에 대하여 점A(6,6,3)의 대칭인 점을 B라 하고,  $\overline{PA}=\sqrt{5}$ 를 만족시키면서 평면  $\alpha$ 위를 움직이는 점P가 있다. 직선 PB위의 점Q의  $x$ 좌표,  $y$ 좌표,  $z$ 좌표의 합을  $S$ 라 할 때,  $21 \leq S \leq 33$ 을 만족시킨다. 점Q가 나타내는 영역의 넓이는?

- ①  $36\sqrt{5}\pi$     ②  $38\pi$     ③  $42\sqrt{2}\pi$     ④  $45\sqrt{3}\pi$     ⑤  $48\sqrt{10}\pi$





09. 그림과 같이 중심이  $O$ 인 구  $S$  위의 세 점  $A, B, C$ 가  $\overline{BC} = \overline{CA} = 5\sqrt{2}$ ,  $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ 를 만족시키고, 점  $O$ 에서 직선  $BC$ 에 내린 수선의 길이는  $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ 이다. 구  $S$ 가 선분  $AB$ 를 포함하는 평면  $\alpha$ 와 만나서 생기는 원의 넓이가  $30\pi$ 이고, 이 원의 중심을  $D$ 라 할 때, 평면  $BCD$ 가 평면  $\alpha$ 와 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $\frac{4}{\tan^2 \theta}$ 의 값을 구하시오. (단, 점  $C$ 의 평면  $\alpha$  위로의 정사영은 원 외부에 있다.)





10. 좌표공간에서 두 점  $P(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ ,  $Q(-\frac{3}{2}, 4, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ 와

중심이 C인 구  $S: x^2 + (y-8)^2 + (z-4\sqrt{3})^2 = 36$ 이 있다.

선분 PQ 위를 움직이는 점 X에 대하여 직선 OX가 구 S와 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 선분 AB의 중점을 M이라 하자.

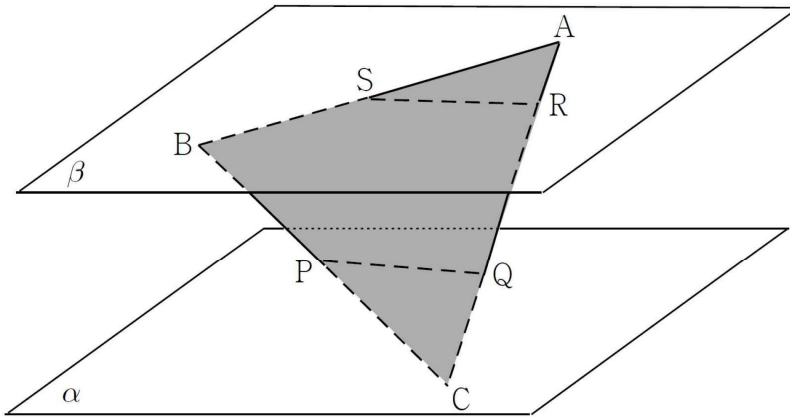
$|\vec{CA} + \vec{CB} + \vec{CM}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 a, b라 할 때,

$a^2 - b^2$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 120
- ② 136
- ③ 162
- ④ 180
- ⑤ 188



11. 그림과 같이 한 변의 길이가 12인 정삼각형ABC가 있고, 서로 평행한 두 평면  $\alpha, \beta$ 가 있다. 평면 $\alpha$ 가 두 변BC, CA와 만나는 두 점을 각각 P,Q, 평면  $\beta$ 가 두 변CA, AB와 만나는 두 점을 각각 R,S라 할 때,  $\overline{PC} = \overline{SA} = 6$ ,  $\overline{CQ} = 4$ 를 만족시킨다. 점B와 평면 $\alpha$ 사이의 거리가 3일 때, 두 평면  $\alpha, \beta$  사이의 거리는  $d$ 이고, 사각형PQRS의 평면 $\beta$ 위로의 정사영의 넓이는  $k$ 이다.  $\frac{k^2}{d^2}$ 의 값을 구하시오.



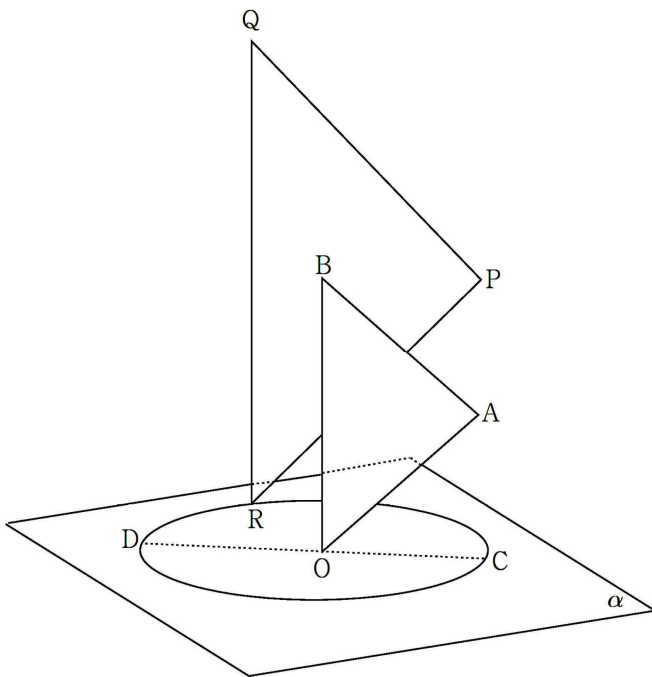


12.

A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for a drawing or answer.



13. 그림과 같이 길이가 4인 선분CD를 지름으로 하고, 중심이 O인 평면 $\alpha$ 위의 원이 점R을 지나고,  $\overline{OA} = \overline{AB} = 2\sqrt{2}$ ,  $\overline{PQ} = \overline{PR} = 2\sqrt{7}$ 인 두 삼각형 OAB, PQR이 있다. 두 점B, Q의 평면 $\alpha$ 위로의 정사영이 각각 O, R 이고, 두 점A, P의 평면 $\alpha$ 위로의 정사영이 점C이다.  $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{DR} = 2$  일 때,  $\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{RB} - \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AB}$ 의 값을 구하시오. (단, 선분BQ는 평면 $\alpha$ 와 만나지 않는다.)





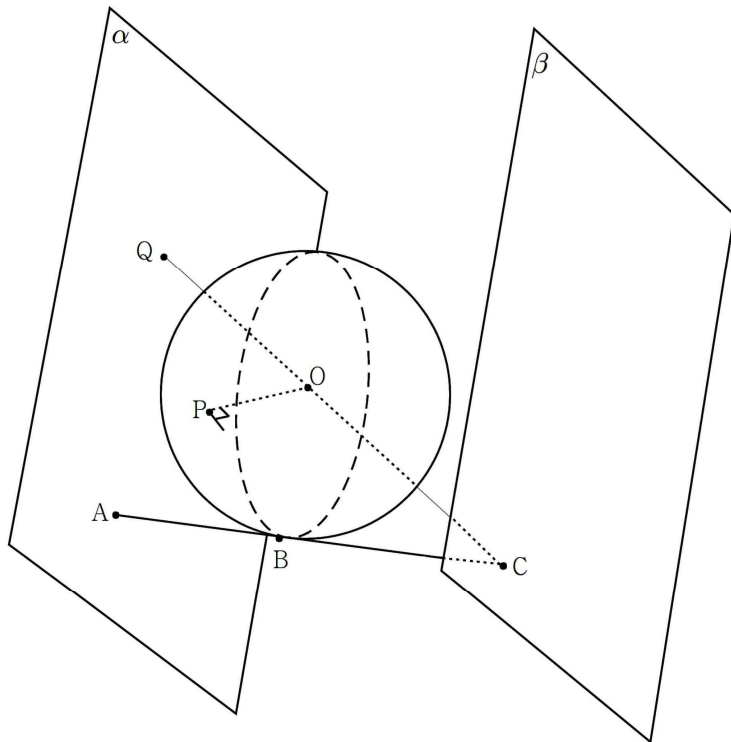
14.

A large, empty rectangular box intended for writing or drawing.

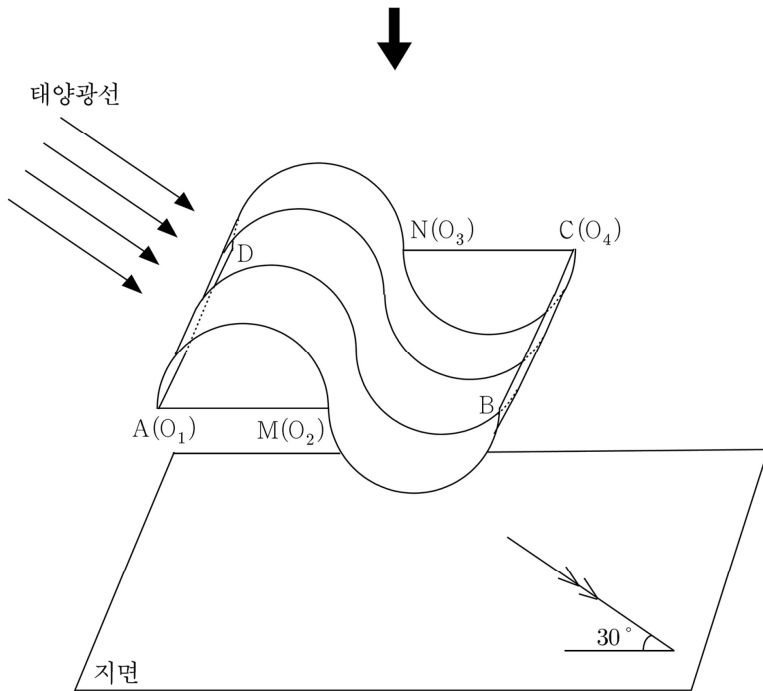
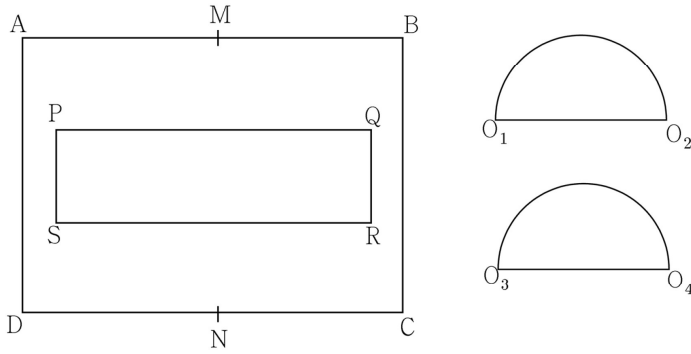


15. 좌표공간에서 평면 $\beta: \sqrt{3}y+z=16$ 가 있고, 평면  $\alpha: \sqrt{3}y+z=-8$  와 구  $S: x^2+y^2+z^2=16$ 이 점 P에서 접한다. 평면  $\alpha$  위의 점  $A(4, -3\sqrt{3}, 1)$ 에서 구S에 그은 접선  $l$ 과 접점B에 대하여  $\overline{PB}=4\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때, 직선  $l$ 과 평면  $\beta$ 의 교점을 C라 하고 직선OC와 평면 $\alpha$ 의 교점을 Q라 하자. 이 때, 점C와 평면 PQB사이의 거리는? (단, O는 원점이다.)

- ①  $\frac{12\sqrt{21}}{7}$     ②  $\frac{18\sqrt{7}}{7}$     ③  $\frac{24\sqrt{21}}{7}$     ④  $\frac{36\sqrt{14}}{7}$     ⑤  $\frac{40\sqrt{7}}{7}$



16.  $\overline{AB}=4\pi, \overline{AD}=9$ 인 직사각형 ABCD 모양의 종이와 길이가 4인 두 선분  $O_1O_2, O_3O_4$ 를 각각 지름으로 하는 반원 모양의 두 원판이 있다. 두 선분 AB, CD의 중점을 각각 M, N이라 할 때, 그림과 같이 두 선분 CA, QS의 중점이 서로 일치하고,  $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}, \overline{PQ} = \frac{10}{3}\pi, \overline{QR} = 3$ 을 만족시키는 직사각형 PQRS의 내부를 오려내어, 선분 AM은 호  $O_1O_2$ 와, 선분 CN은 호  $O_3O_4$ 와 일치하도록 종이를 휘어붙였다. 그림과 같이 평면 ABCD가 지면과 평행하고 태양광선이 직선 BC와 수직하면서 지면과  $30^\circ$ 의 각도를 이루며 비출 때, 지면에 생기는 종이의 그림자의 넓이는? (단, 두 원판은 투명하다.)



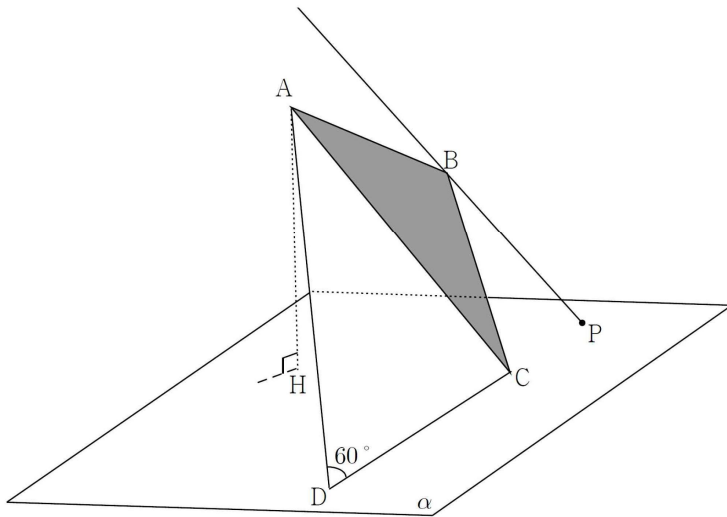
- ① 45      ② 55      ③ 60      ④ 65      ⑤ 70





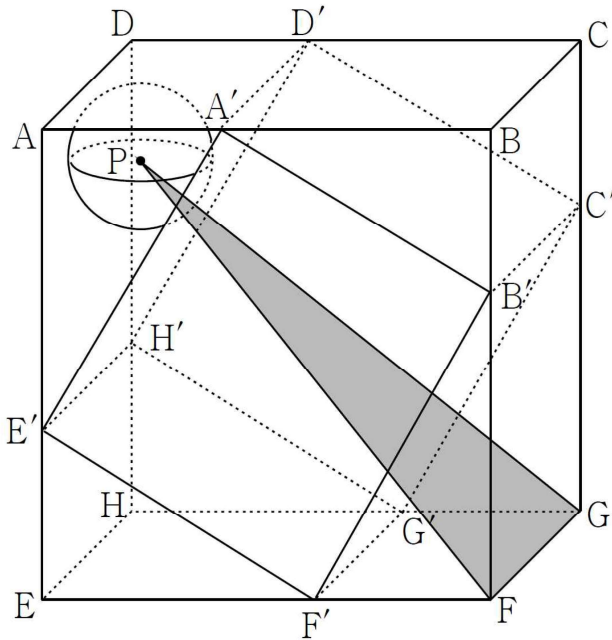
17. 그림과 같이  $\overline{AD}=8$ ,  $\angle ADC = \frac{\pi}{3}$ 이고, 넓이가  $14\sqrt{3}$ 인 사각형ABCD가 평면 $\alpha$ 와 변CD를 공유하고, 점B를 지나고 선분CA와 평행한 직선과 평면 $\alpha$ 와의 교점을 P, 점A의 평면 $\alpha$ 위로의 정사영을 H라 할 때, 점P가  $\overline{PH}=5$ ,  $\overline{PC}=2$ 를 만족시킨다. 삼각형ABC의 평면 $\alpha$ 위로의 정사영의 넓이는?  
(단, 점P는 선분CD외부에 있다.)

- ①  $2\sqrt{2}$       ② 3      ③ 4      ④  $4\sqrt{2}$       ⑤ 6





18. 그림과 같이  $\overline{AB}=5$ 인 직육면체  $ABCD-EFGH$ 의 내부에 모서리  $AB, DC, FE, GH$ 를 각각 2:3으로 내분하는 네 점  $A', D', F', G'$ 와 모서리  $AE, FB, GC, DH$ 를 각각 2:1로 내분하는 네 점  $E', B', C', H'$ 를 모두 꼭짓점으로 하는 직육면체  $A'B'C'D'-E'F'G'H'$ 가 있고, 구  $S$ 가 면  $ABCD, AA'E', DD'H', ADHE, A'D'H'E'$ 에 모두 접하고 있다. 구  $S$ 의 중심을  $P$ 라 할 때, 삼각형  $PGF$ 의 평면  $A'B'C'D'$  위로의 정사영의 넓이는  $a\sqrt{3}+b$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 정수이다.)





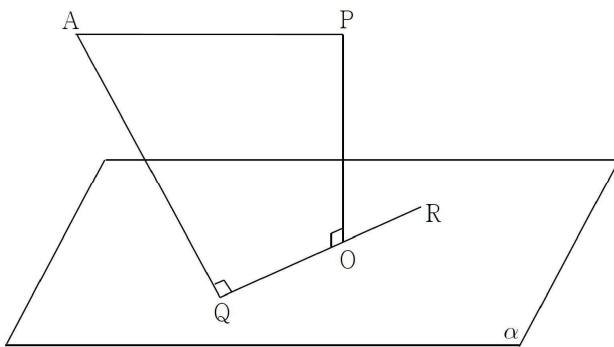
19. 그림과 같이 평면  $\alpha$ 로부터의 거리가 2인 두 점 P, A가 있고, 선분 QR이 평면  $\alpha$ 위에 있다. 선분 QR을 2:1로 내분하는 점을 O라 할 때, 세 점 A, P, Q가 다음조건을 만족시킨다.

(가)  $\alpha \perp \overline{OP}$ ,  $\overline{QA} \perp \overline{QR}$

(나)  $\overline{PA} = 4$ ,  $\overline{QA} = 2\sqrt{2}$

점 R에서 직선 PA에 내린 수선의 길이가  $l$ 일 때,  $4l^2$ 의 값을 구하시오.

(단, 선분 PA는 평면  $\alpha$ 와 만나지 않는다.)

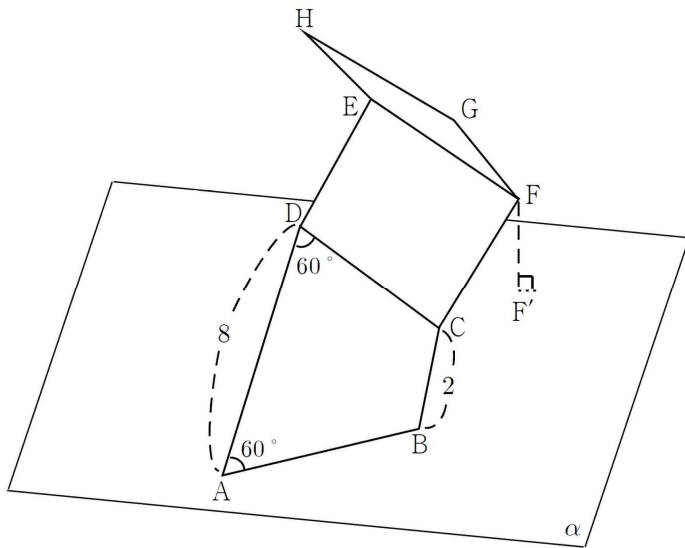




20. 그림과 같이 평면 $\alpha$ 위에  $\overline{AD}=8, \overline{BC}=2, \angle BAD = \angle ADC = 60^\circ$ 인 등변사다리꼴ABCD가 있다. 그림과 같이 점F의 평면 $\alpha$ 위로의 정사영F'가 등변사다리꼴 외부에 있을 때, 선분EF를 공유하는 두 정사각형CDEF, EFGH가 다음 조건을 만족시킨다.

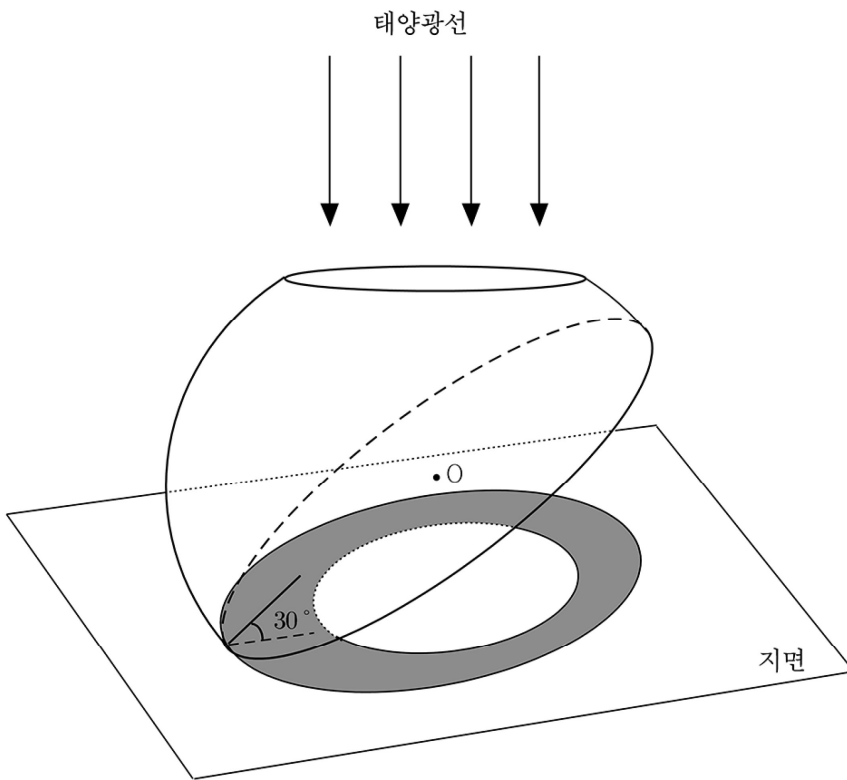
- (가) 점G의 평면DEF위로의 정사영은 선분CF의 중점이다.
- (나) 점G의 평면 $\alpha$ 위로의 정사영은 점C이다.

삼각형ADG의 평면DEF위로의 정사영의 넓이를 구하시오.



21. 그림과 같이 밑면의 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가 10인 내부가 비어있는 반구가 있다. 반구의 밑면을 포함하는 평면이 지면과  $30^\circ$ 의 각도를 이루고, 점  $O$ 와 평면  $\alpha$  사이의 거리가 5가 되도록 반구를 기울여 놓았다. 그림과 같이 지면으로부터의 거리가  $13$ 이고 지면과 수평인 평면으로 반구를 잘라 반구의 윗부분만 제거한 후, 태양광선이 지면에 수직으로 비출 때, 지면에 생기는 그림자의 넓이는  $(a+b\sqrt{3})\pi$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오.

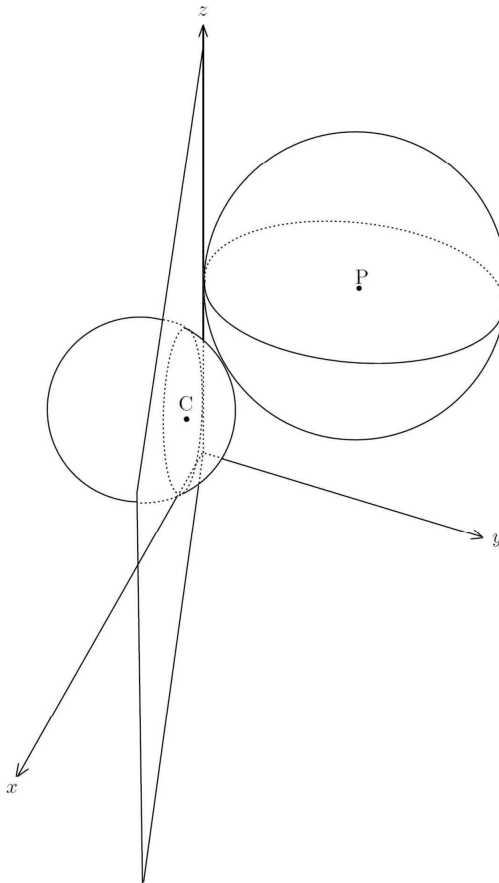
(단,  $a, b$ 는 정수이다.)





22. 좌표공간에서 구  $S_1 : (x-4)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16$ 이

평면  $\alpha : x = \sqrt{3}y$ 와 만나서 생기는 원의 중심을 C라 하고,  
 반지름의 길이가 6인 구  $S_2$ 의 중심 P의  $y$ 좌표,  $z$ 좌표는 모두  
 2보다 큰 양수이다. 그림과 같이 구  $S_2$ 가  $z$ 축 위의 한 점에서  
 평면  $\alpha$ 와 접하고, 구  $S_1$ 과 외접하고 있다. 직선 CP가  $xy$ 평면과  
 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $48\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오.





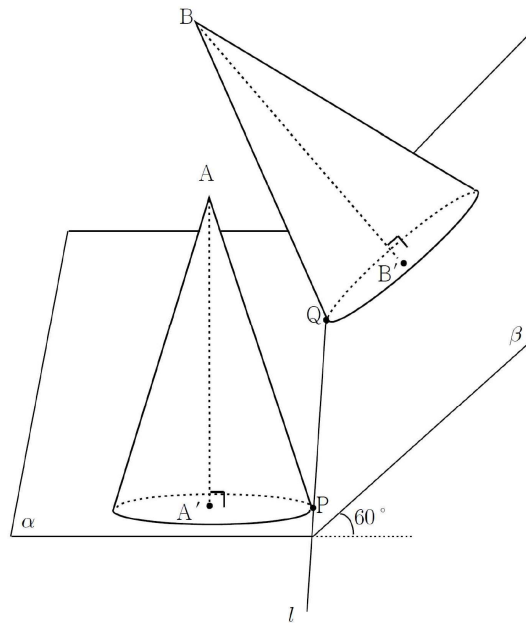
23. 모선과 밑면이  $60^\circ$ 의 각을 이루고, 밑면의 반지름의 길이가 서로 같은 직원뿔  $T_1, T_2$ 가 그림과 같이 서로  $60^\circ$ 의 각을 이루는 두 평면  $\alpha, \beta$ 위에 각각 놓여있다. 두 직원뿔  $T_1, T_2$ 의 밑면의 둘레가 두 점 P, Q에서 각각 두 평면의 교선  $l$ 과 접하고, 두 원뿔의  $T_1, T_2$ 의 꼭짓점을 각각 A, B라 하자. 밑면의 중심을 각각  $A', B'$ 라 할 때, 두 원뿔이 다음조건을 만족시킨다.

(가)  $\overline{AB} = \sqrt{7}$

(나) 원뿔  $T_2$ 의 밑면의 둘레 위를 움직이는 점 R에 대하여

$\overline{A'R}$ 의 값이 최대가 될 때의  $\tan^2 \angle QB'R$ 값은  $\frac{7}{9}$ 이다.

삼각형  $ABB'$ 의 평면  $\alpha$ 위로의 정사영의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $4S^2$ 의 값을 구하시오.





24. 좌표공간에서 실수  $t, u$ 에 대하여 태양광선을 벡터  $\vec{u} = (0, 4u + 4, u)$ 에 평행한 방향으로 비출 때, 세 구

$$S_1 : x^2 + (y - 2t)^2 + (z - t)^2 = 12$$

$$S_2 : (x - \sqrt{3})^2 + (y - 9\sqrt{5})^2 + (z - 3\sqrt{5})^2 = 12$$

$$S_3 : (x + \sqrt{3})^2 + (y - 9\sqrt{5})^2 + (z - 3\sqrt{5})^2 = 12$$

에 의해 평면  $z = -6$ 에 생기는 그림자의 넓이를  $S(t, u)$ 라 하자. (단,  $t > 0$ )

임의의 양수  $t$ 에 대하여  $S(t, -2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

①  $18\sqrt{5}\pi + 12\sqrt{15}$

②  $36\sqrt{5}\pi + 12\sqrt{15}$

③  $18\sqrt{5}\pi + 24\sqrt{15}$

④  $9\sqrt{5}\pi + 12\sqrt{15}$

⑤  $18\sqrt{5}\pi + 6\sqrt{15}$





## 개정수학 WP 리뉴얼 : 정답표

01.	32	02.	③	03.	②	04.	4	05.	42	06.	④	07.	①	08.	⑤
09.	30	10.	38	11.	20	12.	84	13.	4	14.	8	15.	①	16.	③
17.	③	18.	8	19.	19	20.	24	21.	39	22.	32	23.	63	24.	①
25.		26.		27.		28.		29.		30.		31.		32.	
33.		34.		35.		36.		37.		38.		39.		40.	